АЛГЕБРАИК МАСАЛАНИ ЕЧИШНИ ГЕОМЕТРИК ЧИЗМАЛАРДАН ФОЙДАЛАНИБ ЕЧИШ ҲАҚИДА

DOI: https://doi.org/10.53885/edinres.2021.89.43.009

Абраев Бахром Холтўраевич
Термиз давлат университети катта ўқитувчиси

Имамов Ойбек Шаназарович
Термиз давлат университети ўқитувчиси

Аннотация: Математик масалаларни турли усуллар билан ечишни ўргатиш ўқувчи ва талабаларнинг ижодкорлик қобилиятини шакллантириш омилларидан бири ҳисобланади.Ушбу ишда, айнан алгебраик масалани геометрик чизма ёрдамида ечишни ўргатиш методикаси ҳақидаги фикрлар баён қилинган ва мисоллар ёрдамида асосланган.

Калит сўзлар.алгебраик масала, алгебраик масалани ечиш, геометрик чизма, математик ижодкорлик, қобилят, интеграция, ғоя, фикрлар кетма-кетлиги, изчиллик.

О РЕШЕНИИ АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ С ПОМОЩЬЮ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ГРАФИКОВ

Абраев Бахром Холтўраевич
Старшый преподователь Термезское государственный университета

Имамов Ойбек Шаназарович
Преподователь Термезское государственный университета

Аннотация: Обучение решению математических задач разными способами - один из факторов, формирующих творческие способности школьников и студентов.В этой статье описаны и основаны на примерах идеи о том, как научить решать точную алгебраическую задачу с помощью геометрического графика.

Ключевые слова: алгебраическая задача, решение алгебраических задач, геометрический графика, математическое творчество, умение, интеграция, идея, последовательность идей, последовательность.

ON SOLVING AN ALGEBRAIC PROBLEM USING GEOMETRIC GRAPHS

Abraev Bakhrom Kholturayevich
Senior lecturer at Termez State University

Imamov Oybek Shanazarovich
Teacher of Termez State University

Annotation: Learning how to solve math problems in different ways is one of the factors that shape the creativity of schoolchildren and students. This article describes and based on examples ideas on how to teach how to solve an exact algebraic problem using geometric graphics.

Keywords: algebraic problem, solving algebraic problems, geometric graphics, mathematical creativity, skill, integration, idea, sequence of ideas, sequence.

Ўқувчилар ва талабаларни ижодкорлик ва ўйлаб топишга мавжуд турли усуллар ёрдамида ўргатиш мақсадга муофиқдир.

Бу ижодкорлик олинган тажрибага кўра келмайди. Албатта, уларга математик масалаларни турли усуллар билан ечишни ўргатиш ўқувчи ва талабаларнинг математик ижодкорлик қобилятини ривожлантириш омилларидан биридир. Чунки барча ўрганувчиларни масала ечишни билишга ўргатишга эришиш математиканинг асосий мақсадларидан биридир.

Математика методикасида масалани ечиш уч босқичда амалга оширилади:1) ўрганиш; 2)формаллаштириш; 3)ўзлаштириш, шунингдек натижаларни текшириш.

Биринчи босқич масала шартини тахлил қилишда хулоса қилинадиган жараён бўлади, натижаларга кўра масалани ечиш учун пайдо бўладиган ғоялардан иборат. Бундай усул ёки методлардан бири кузатиш ёки эксперимент тан олинади. Бундай ҳолда агар геометрик масала бажариладиган бўлса, у ҳолда оптимал ечиш методига олиб борувчи маълум маъно берувчи геометрик образлар яратилади. Биринчи босқич ҳолатини кетма-кет шакллантиришга қиёслаш мумкин. Уларни текшириш масалани ечишга олиб келиши мумкин. Шу тариқа ўрганиш интиутив ва эвристик даражага кўтарилади.

Иккинчи босқич формаллаштириш, илгари сурилган ғоялар занжирига эга бўлишини исботлаш жараёни бўлади, у масалани ечишга олиб келади.

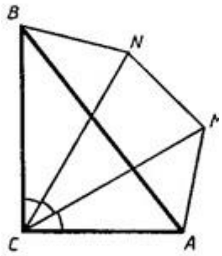
Учинчи босқич бу ўзлаштириш ва олинган натижаларни текшириш бўлиб унда якуний ечимнинг тўғрилигини текшириб кўришдан иборат, бу ечим билимлар тизимини тъминлайди, ўқувчининг интеллектуал фикрлашини кенгайтиради.

Геометрия фани ва алгебра фани турли предмет бўлсада, уларнинг ташкил этувчи қисмлари бир бутунга тегишлидир. Платон “Геометрия барча мавжудотни билишдан иборат” деб эътироф этганлар.

Турли кўринишдаги масалаларни ечишга геометрик ёндошув турлича имкониятларга эгалигини кўришимиз мумкин. Жуда кўп масалалар аввал геометрик образни яратиш, сўнгра бу образнинг геометрик интерпретациясини чизиш орқали ечиш мумкинлигига олиб келинади. Айнан ушбу тенгламанинг ечимини геометрик интерпретациясини чизиш орқали ечилишини кўриб чиқамиз.

1 – **мисол**. $\sqrt{9+x^2-3x\sqrt{3}}+\sqrt{x^2+y^2-xy\sqrt{3}}+\sqrt{x^2+y^2-4y\sqrt{3}}=5$ тенгламани ечинг.

Е ч и ш. *Интеграциялланган метод*(алгебраик ва геометрик моделларнинг қўшилишига асосланган)



Катетлари $AC = 3$ ва $BC = 4$ га тенг бўлган ABC тўғри бурчакли учбурчакни қараймиз. Тўғри бурчакни учта тенг қисмга ажратамиз ва ҳосил бўлган кесмаларни $CM = x$, $CN = y$ (агар x ва y лар манфий бўлса, унда улар қарама –қарши томонга қўйилади) деб белгилаймиз.

Косинуслар теоремасига кўра, тенгламанинг чап томонидаги қўшилувчилар мос равишда AM, MN, NB *га тенг ва*

$\sqrt{3^2+x^2-2\cdot 3\cdot x\cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}=AM$, $\sqrt{x^2+y^2-2\cdot y\cdot x\cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}=MN$,

$\sqrt{4^2+y^2-2\cdot 4\cdot y\cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}=NB$. Булардан $AM+MN+NB=AB$ ўринли бўлади деган хулосага келамиз. Унда $AMNB$ синиқ чизиқнинг қисмлари бир тўғри чизиқда ётади. Бу эса M ва N нуқталарнинг АВ гипотенузада ётишини кўрсатади, бу ерда $x = CM$ кесма ACN учбурчак биссектрисаси, $y = CN$ эса BCM учбурчак биссектрисаси эканлигидан фойдаланиб ушбу тенгламалар системасини тузамиз

$$\begin{cases} x=\dfrac{3\sqrt{3}y}{3+y} \\ y=\dfrac{4\sqrt{3}x}{4+x} \end{cases}$$ бундан $$\begin{cases} x=\dfrac{24}{3+4\sqrt{3}} \\ y=\dfrac{24}{4+3\sqrt{3}} \end{cases}$$ ни топамиз.

Жавоб: $$\begin{cases} x=\dfrac{24}{3+4\sqrt{3}} \\ y=\dfrac{24}{4+3\sqrt{3}} \end{cases}.$$

Алгебраик масалаларни ечишнинг кўргазмали-геометрик интерпретацияга асосланган усули мавжуд. Шуни эътироф этиш жоизки, масалан, Евклиддаги алгебраик хулосалар аниқ кеометрик кўринишга келтирилган. $\sqrt{A}$ кўринишдаги ифода A юзали квадратнинг томони сифатида, ab кўпайтма томонлари a ва b бўлган тўғри тўртбурчакнинг юзи сифатида киритилади. Методларнинг бундай тўплами *геометрик алгебра* деб қабул қилинган.

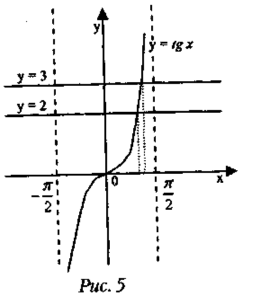


Рис. 5

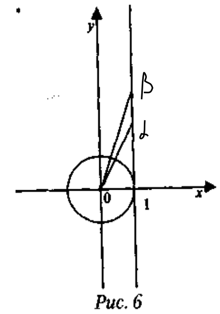


Рис. 6

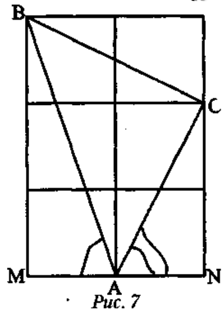


Рис. 7

Бундан $arctg\,x = \pi/4$ $arctg2$ нимани англатади? Бу $(-\pi/2; \pi/2)$ оралиқдаги тангенси 2 га тенг бўлган сон. Шунингдек, *arctg*3 ҳам.

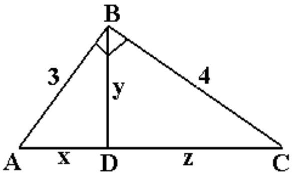
График интрепретациядан фойдаланамиз (5-расм). Равшанки, расмдан $arctg2 = x_1$, $arctg3 = x_2$. x_1 ва x_2 иррациональ сонлар ва уларнинг қийматларини фақат тақрибан кўрсатиш мумкин. 6-расмдан кўриниб турибдики, $arctg2 = \alpha$, $arctg3 = \beta$. жавобни бир қийматли аниқлаш мумкин эмас.

Бу масалага геометрик методни қўллаш ҳатто жавобни оғизаки беради.

Қуйидаги ясашларни бажарамиз: $arctg3 = \angle BAM$, $arctg2 = \angle CAN$ (7-расм). У ҳолда $arctg1 = \angle BAC$, бу ерда $\angle BAC$ бурчак ABC тўғри бурчакли тенг ёнли учбурчакнинг ўткир бурчаги ($BC = AC = \sqrt{5}$, $AB = \sqrt{10}$, Пифагор теоремасига тескари теоремага кўра эса $AB^2 = AC^2 + BC^2$ га эга бўламиз, бундан $\angle BCA = 90°$, $\angle BAC = 45°$келиб чиқади. Шундай қилиб, $arctg2 + arctg3 + arctg1 = \angle BAM + \angle BAC + \angle CAN = \angle MAN = \pi$ келиб чиқади. Жавоб: π.

3-**масала**. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y^2 + z^2 = 16 \\ y^2 = xz \end{cases}$ тенгламалар системасини ечинг.

Е ч и ш. Пифагор теоремасига тескари теоремага кўра, $x^2 + y^2 = 3^2$ тенгламада x ва y сонлар тўғри бурчакли ADB учбурчакнинг катетлари, $AB = 3$ эса гипотенуза бўлади.



Иккинчи $y^2 + z^2 = 16$ тенгламани кўздан кечириб, тўғри бурчакли BDC учбурчакни ясаймиз, бу ерда y ва z катетлар, $BC = 4$ гипотенуза. Учинчи $y^2 = xz$ тенглама y соннинг x ва z нинг ўрта пропорционал қиймати бўлади.

Пропорционал кесмалар ҳақидаги теоремага тескари бўлган теоремага кўра $\angle ABC = 90^0$. $AC = (x + z) = \sqrt{9+16} = 5$, у ҳолда $AB^2 = AD \cdot AC$, $9 = x \cdot 5$, $x = 9/5$. $BC^2 = DC \cdot AC$, $16 = z \cdot 5$, $z = 16/5$. $BD^2 = y^2 = x \cdot z = 9/5 \cdot 16/5$ ва $BD = 12/5 = y$. Бу усул баъзан илдизларни йўқолишига олиб келиши мумкин, $x = \pm 9/5$; $y = \pm 12/5$; $z = \pm 16/5$. Берилган система учун бошқа таклифлар ҳам бўлиши мумкин, масалан, $xy + yz$; $x + y + z$; $x + y$; $x + z$ ифоданинг қиймати нимага тенг.

Ҳар битта фан **асосий тушунчалар**га эга. Масалан, классик геометриянинг асосий тушунчалари(таърифланмайдиган тушунчалар) нуқта, тўғри чизиқ ва текислик ёки сонлар назариясининг асосий тушунчалари бирлик элемент ва натурал сонлардан иборат. Сонларнинг хоссалари ва улар устида бажариладиган амалларни ўрганадиган фан сонлар назарияси дейилади. Сонлар назарияси фанининг асосчилари Пифагор, Евклид, Эратосфен ва бошқалар шулар жумласидандир. Сонлар назариясининг айрим муаммолари содда ифодалансада, уларни ечиш баъзан мурракаб, унга анча вақт кетади, айримлари эса ҳозиргача ўз ечимини топмаган. Масалан, қадимги грек математикларида ҳаммаси бўлиб бўлувчиларининг йиғиндиси бир бирига тенг бўлган иккита сон (соннинг ўзи кирмайди) 220 ва 284 мавжуд бўлган. 18 асрда буюк математик Петербург академиясининг аъзоси Леонард Эйлер яна бундай сонларнинг 65 жуфтини топди (улардан бири 17 296 ва 18 416). Лекин ҳозиргача бундай сонларни топишнинг умумий усули номаълум. 250 йил аввал Петербург академиясининг аъзоси Христиан Гольдбах 5 дан катта ҳар қандай тоқ сонни учта туб соннинг йиғиндиси кўринишида ифодалаш мумкин деб айтган. Масалан, 21 = 3 + 7 + 11, 23 = 5 + 7 + 11 ва ҳоказо. Буни 200 йилдан сўнг буюк совет математиги академик Иван Матвеевич Виноградов(1891-1983) исботлашга эришган. Лекин “ 2 дан катта ҳар қандай жуфт сонни иккита туб сон кўринишида ёзиш мумкинлиги” ҳозиргача ўз исботини топмаган (масалан, 28 = 11 + 17, 56 = 19 + 37, 924 = 311 + 613 ва ҳоказо).

Адабиётлар

Мартин Голдстейн, Инге Ф. Голдстейн. Как мы познаём. Исследование процесса научного познания / Сокр. пер. с англ. А. Е. Петрова. — М.: Знание, 1984. — 256 с.

О научном методе // truemoral.ru