ИҚТИСОДИЙ МАСАЛАЛАРНИ ЕЧИШДА МАТЕМАТИКАНИНГ ЎРНИ ВА РОЛИ

https://doi.org/10.53885/edinres.2022.10.10.014

Saipnazarov Shailavbek Aktamovich,
pedagogika f*anlari nomzodi Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti Amaliy matematika kafedrasi*

*Usarov Jurabek Abdunazirovich,
TMS instituti Amaliy matematika kafedrasi mudiri*

Аннотация. Бу мақолада иқтисодий масалаларни ечишда аналитик, дифференциал ҳисоб ва бошқа математик методлар қўлланилишига доир масалалар кўрсатилган. Мақолада геометриянинг амалий тадбиқларига эътибор берилган. Шунингдек, мақолада содда иқтисодий масалалар қаралган бўлиб, уларнинг математик моделини тузиш ва ҳосил бўлган математик масаланинг ечиш учун қандай математик методлар танлаш зарурлиги баён қилинган.

МЕСТО И РОЛЬ МАТЕМАТИКИ В РЕШЕНИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Саипназаров Шайлавбек Актамович,
кандидат педагогических наук, Т*ашкентский государственный экономический университет, кафедра прикладной математики*

Усаров Журабек Абдуназирович Заведующий кафедрой прикладной математики ТМС Институт

Аннотация. В данной статье показаны вопросы, связанные с использованием аналитических, дифференциальных исчислений и других математических методов при решении экономических задач. Статья посвящена практическим приложениям геометрии. Также в статье рассматриваются простые экономические задачи и объясняется, какие математические методы необходимы для создания их математической модели и решения полученной математической задачи.

PLACE AND ROLE OF MATHEMATICS IN SOLVING ECONOMIC PROBLEMS

*Saipnazarov Shaylavbek Aktamovich,
Candidate of Pedagogical Sciences, Tashkent State Economic University, Department of Applied Mathematics*

Usarov Jurabek Abdunazirovich Head of the Department Applied Mathematics TMC Institute

Abstract. This article shows issues related to the use of analytical, differential calculus and other mathematical methods in solving economic problems. The article is devoted to practical applications of geometry. The article also discusses simple economic problems and explains what mathematical methods are needed to create their mathematical model and

solve the resulting mathematical problem.

Таянч сўзлар. Саноқ боши, координаталар системаси, учбурчак тенгсизлиги, дифференциал ҳисоб, Лагранж методи, ўрта арифметик ва ўрта геометрик тенгсизлиги.

Ключевые слова. Начало счисления, система координат, неравенство треугольника, дифференциальное исчисление, метод Лагранжа, среднее арифметическое и среднее геометрическое неравенство.

Keywords. The beginnig of the reckoning, coordinate system, triangle inequality, differential calculus, Lagrange method, arithmetic and geometric mean inequality.

Иқтисодий илм – бизнинг ҳаётимизда муҳим аҳамият касб этади. Шунинг учун уни жамият илми деб ҳисоблашади. Аммо иқтисодий илм на фақат жамият ҳодиса ва қонунларини, балки миқдорий иқтитсодий нисбатларни ҳам ўрганади. Бу томондан у атрофимизни ўраб турган умумий қонунларни, жараёнларни ўрганадиган аниқ фанларга яқин бўлади.

Иқтисодий фанлари доктори Абдуллаев Рустамжоннинг “Интеллектуальный мир, модель экономического пространства и законы идеальной экономики” (3-7 бетлар) китобида унинг фундаментал илмий изланишлари натижасида яратилган иқтисодий фазо тушунчасининг яратилишига асосланиб, иқтисодий илмни аниқ фанларга киритилиши таъкидланади.

Унинг яратган иқтисодий фазосини физик, геометрик ва бошқа аниқ фанлар фазосига киритиш лозимлиги айтилади.

Бизнинг фикримизча макроиқтисодий барқарорлик ёки макроиқтисодий ўсишнинг математик моделлари ҳали яратилгани йўқ, мавжуд математик моделлар фақат макроиқтисодий ўсиш ёки барқарорликни таҳлил қилади холос.

Р.Абдуллаевнинг таъкидлашича иқтисодий фазо объектив равишда мавжуд ва у инсон ғояларининг интеллектуал вектори сифатида ифодаланади. У ўзининг тасдиқларини тўғрилигини исботлашда жуда кўп олимлар ғояларини келтиради.

Ҳақиқатан, хатто математика фани ҳам ўзининг асосий натижаларига шарқ олимлари ўзларининг олдига қўйилган амалий иқтисодий масалалар, жумладан, масалан савдо-сотиқ ва мерос масаласини ечиш орқали вужудга келган.

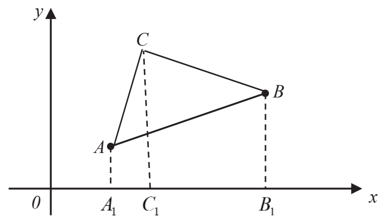
Бунга мисол сифатида Умар Хайёмнинг илмий-фалсафий қарашлари, Ал-Хоразмий, А.Р.Беруний ва бошқа кўплаб буюк шарқ олимларини мисол қилиб олиш мумкин. Бу йўсинда Ўрта Осиёлик Ал-Хоразмийнинг буюк кашфиёти туфайли, айнан иқтисодий масалани ечиш орқали Алгебрага асос солингани, унинг шарафига кўра кибернетика асослари – алгоритм деб юритилади. Биз ва айниқса ғарб иқтисодчилари, амалий жиҳатдан ҳар куни унинг алгебраик методларидан фоцдаланиб тенгламалар ва уларнинг системаларини тузиб фойдаланиб келмоқдамиз.

Иқтисодий масалаларни икки ёки уч ўлчовли фазода қараш ва уларни планиметрия ва стереометрия масалалари сифатида қараб геометрик усулда ёки аналитик усулда ечиш имконига эга бўламиз.

Бунга қуйидаги мисолни олишимиз мумкин: шаҳарнинг икки квартал аҳолиси оптимал фойдаланишлари учун деҳқон бозорини кварталларнинг қаерга куриш мумкин?

Ечиш. Масаланинг математик моделини қурамиз.

Кварталларни А ва В билан қурилиши лозим бўлган бозорни С билан белгилаймиз. Саноқ боши сифатида О нуқтани белгилаб, ундан декард координаталар системасини ўтказамиз. Ўлчаш ишларини бажариб А ва В нуқталар координаталарини топамиз. Қурилиши лозим бўлган бозор координатаси бўлсин. С нуқтадан А ва В нуқталаргача бўлган масофалар йиғиндиси энг кичик бўлиши лозим, яъни $AC + BC \to \min$



1-расм.

$0A_1 = a, \quad 0C_1 = x, \; 0B_1 = C, \; AA_1 = b, \; CC_1 = y, \; BB_1 = d$

Икки нуқта орасидаги масофани топиш формуласидан фойдаланиб масаланинг математик моделини тузамиз.

$AC = \sqrt{(x - a^2) + (y - b^2)}, \qquad BC = \sqrt{(x - c)^2 + (y - d)^2}$

Изланган математик модел

$F(x, y) = \sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2} + \sqrt{(x - c)^2 + (y - d)^2} \to \min$

Бу масала математикада шартсиз экстремум масаласи деб юритилади. Ҳосил бўлган математик масалани ечамиз. 1-расмдан $AC + BC \geq AB$, яъни $AC + BC = AB$ бўлса $F(x, y)$ минимумга эга бўлади. Бундан C нуқта AB тўғри чизиқ кесмасининг ихтиёрий нуқтасида бўлиши мумкин. Агар B кварталнинг аҳолиси кўп эканлиги маълум бўлса, бозор B кварталда, A квартал аҳолиси кўп бўлса, бозор A кварталда, агар кварталлар аҳолиси тахминан тенг бўлса, бозор AB кесманинг ўртасида қурилади.

Агар бозор B кварталда қурилса $x = c, \; y = d$ бўлиб $\min F(c, d) = \sqrt{(c - a)^2 + (d - b)^2}$, агар бозор A кварталда қурилса, $x = \frac{a + c}{2}, \; y = \frac{b + d}{2}$ бўлиб $\min F\left(\frac{a + c}{2}; \frac{b + d}{2}\right) = \sqrt{(c - a)^2 + (d - b)^2}$

. Буни аниқ мисолда текшириб кўринг.

$F(x, y) = \sqrt{(x - 4)^2 + (y - 10)^2} + \sqrt{(x - 44)^2 + (y - 19)^2} \to \min$

Ишлаб чиқариш имкониятлар чизиғини $Ax^2 y + Bxy^2 + C = 0$ тенглама кўринишида излаб, статистик маълумотлар асосида энг кичик квадратлар методини қўллаб $x^2 y + xy^2 - 4 = 0$ чизиқ ҳосил қилинди. Ишлаб чиқаришнинг қандай қийматларида $C(x, y) = 2x + y$ харажат энг кам бўлади ва унинг қиймати қандай бўлади.

Қўйилган иқтисодий масаланинг математик модели қуйидагича бўлади:

$x^2 y + xy^2 - 4 = 0,$

$x > 0, \; y > 0$

$C(x, y) = 2x + y \to \min$

Бу математик масала шартли экстремум масаласи деб юритилади. Уни ечиш методларидан бири

1) ўзгарувчиларни камайтириш усули

2) Лагранж кўпайтувчилар методи ва бошқа хусусий методлар.

1) ўзгарувчиларни камайтириш усули

$x^2 y + xy^2 - 4 = 0$ тенгламани x ўзгарувчига нисбатан квадрат тенглама сифатида ечамиз.

$$x=\frac{-y^2\pm\sqrt{y^4+16y}}{2y},\ x>0$$ бўлганлиги учун

$$x=\frac{-y^2\pm\sqrt{y^4+16y}}{2y}$$

Буни харажат функцияга қўйиб, уни бир ўзгарувчили функцияга кел

$$2x+y=2\cdot\frac{-y^2+\sqrt{y^4+16y}}{2y}+y=\frac{-y^2+\sqrt{y^4+16y}}{y}+y=$$

$$=\frac{\sqrt{y^4+16y}}{y};\ C(y)=\frac{\sqrt{y^4+16y}}{y}\to\min$$

Бир ўзгарувчили функцияга келди, бу функциянинг минимумини 2 кўрамиз.

а) ўрта геометрик ва ўрта геометрик орасидаги тенгсизлик.

$$C(y)=\frac{\sqrt{y^4+16y}}{y}=\sqrt{y^2+\frac{16}{y}}=\sqrt{y^2+\frac{8}{y}+\frac{8}{y}}$$

$$g(y)=y^2+\frac{8}{y}+\frac{8}{y}\geq 3\sqrt[3]{y^2\cdot\frac{8}{y}\cdot\frac{8}{y}}=12$$

$y^2=\frac{8}{y}$, бўлганда тенглик бажарилда.

$y^3=8,\ y=2$

$C(2)=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

Энди x ни топамиз. $x=\frac{-y^2+\sqrt{y^4+16y}}{2y}=\frac{-4+\sqrt{16+32}}{4}=\frac{-4+\sqrt{48}}{4}=$

$\frac{-4+4\sqrt{3}}{4}=\sqrt{3}-1$

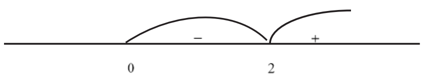
Шундай қилиб $x=\sqrt{3}-1,\ \ y=2,\ \min C(x,y)=2\sqrt{3}$

б) Ҳосила ёрдамида топамиз.

$$c(y)=\frac{\sqrt{y^4+16y}}{y}=\sqrt{y^2+\frac{16}{y}},\quad g(y)=y^2+\frac{16}{y}$$

$$g'(y)=2y-\frac{16}{y^2}=2\left(y-\frac{8}{y^2}\right)=2\left(\frac{y^3-8}{y^2}\right)=2\cdot\frac{(y-2)(y^2+2y+4)}{y^2};$$

$y=2$ станционар нуқта



демак, $y=2$ да $\min g(y)=g(2)=4+\frac{16}{2}=12$

$$\min c(y)=c(2)=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$$

2) Лагранж кўпайтувчилар методи ва бошқа хусусий методлар

Лагранж функциясини тузамиз.

$L(x,y,\lambda)=2x+y+\lambda\left(x^2y+xy^2-4\right)$

Стационар нуқталарини топамиз.

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 2 + 2xy\lambda + \lambda y^2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = 1 + x^2 + 2\lambda xy = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = x^2 y + xy^2 - 4 = 0$$

$$\begin{cases} \lambda y(2xy + y) = -2 & (1) \\ \lambda x(x + 2y) = -1 & (2) \\ x^2 y + xy^2 - 4 = 0 & (3) \end{cases}$$

Системанинг (1) ва (2) тенгламаларидан

$$\frac{x}{y}\left(\frac{x+2y}{2x+y}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\frac{x}{y}\left(\frac{x}{y}+2\right)}{2\cdot\frac{x}{y}+1} = \frac{1}{2}$$

$$u = \frac{x}{y} > 0, \quad \frac{u(u+2)}{2u+1} = \frac{1}{2},$$

$$2u^2 + 2u - 1 = 0$$

$u = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$, $u > 0$ бўлгани учун $u = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$

$x = u \cdot y$ ни системанинг (3) тенгламасига қўямиз.

$$u^2 y^3 + uy^3 = 4$$

$$y^3 = \frac{4}{u^2 + u} = \frac{4}{\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)^2 + \frac{\sqrt{3}-1}{2}} = 8$$

$$y = 2$$

$$x = u \cdot y = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \cdot 2 = \sqrt{3} - 1$$

Демак, $x = \sqrt{3} - 1,\ y = 2,\ \min C(x, y) = 2\sqrt{3}$

Геометрия тушунчалари ва далиллари амалий масалалар ечишда доим тадбиқ этилади. Бу ерда гап биз алгебрадан, математик анализдан ёки математиканинг бошқа соҳаларидан масалалар ечганимизда кўпинча геометрик чизма ясашимизда ёки геометриянинг формула ва теоремаларидан фойдаланишимиздагина эмас, балки алгебрани ёки бошқа формулаларни геометрик далиллар билан солиштириб, кўпинча биз масалаланинг геометрик ечимини кўра олишимиз, софалгебраик формулалар қалашию ётган ифодаларга қараб кўриш мумкин бўлмаган фикрлаш йўлларини топа олишимиз ғоят муҳим. Умуман, ҳозирги замон математикаси ривожининг характерли томони шундан иборатки, геометрия математиканинг деярли ҳамма соҳалари ва тадбиқларида фикрлаш методи, тушуниш воситаси ва математик маълумотларни уюштириш ролини эгалламоқда.

Геометрик талқин ёрдамида ечиш мумкин бўлган экстремал масалани ечамиз.

Ушбу

максимал қийматига ўзаро коллинеар бўлганда бирор (x_0, y_0) нуқтада эришади ва

$$(x_0, y_0) = \left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\, ; \, \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} \right)$$

бўлади. Мос скаляр кўпайтма эса $(x_0, y_0)\cdot(a,b) = \sqrt{a^2+b^2}$ бўлади. Демак, чизиқли функциянинг айланадаги минимал қиймати

$$\min(ax+by) = \sqrt{a^2+b^2} \qquad (2)$$

бўлар экан. Энди шу хоссанинг бир тадбиқи хусусида тўхталамиз. Дейлик,

$$f_1(x,y) = a_1x + b_1y$$
$$f_2(x,y) = a_2x + b_2y$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$f_n(x,y) = a_nx + b_ny$$

бўлсин. У ҳолда (2) натижага кўра

$$\min f_1(x,y) + \min f_2(x,y) + \ldots + \min f_n(x,y) \le \min[f_1(x,y) + f_2(x,y) + \ldots + f_n(x,y)] = \sqrt{(a_1+a_2+\ldots+a_n)^2 + (b_1+b_2+\ldots+b_n)^2} \qquad (3)$$

ёки

$$\sqrt{a_1^2+b_1^2} + \sqrt{a_2^2+b_2^2} + \ldots + \sqrt{a_n^2+b_n^2} \le \sqrt{(a_1+a_2+\ldots+a_n)^2 + (b_1+b_2+\ldots+b_n)^2}$$

тенгсизликка келамиз. Бу тенгсизлик ёрдамида шартли экстремум масалаларига оид бўлган аммо классик усуллар билан ечиб бўлмайдиган айрим масалаларни ечиш мумкин.

Масалан ушбу

$$x_1 + x_2 + \ldots + x_n = 1$$
$$y_1 + y_2 + \ldots + y_n = 2\sqrt{2}$$
$$\sqrt{x_1^2+y_1^2} + \sqrt{x_2^2+y_2^2} + \ldots + \sqrt{x_n^2+y_n^2} \to \max$$

шартли экстремум масаласини қарайлик. Бу масалаланинг ечими юқоридан (3) тенгсизликдаги бевосита келиб чиқишини кўриш қийин эмас.

$$\sqrt{x_1^2+y_1^2} + \sqrt{x_2^2+y_2^2} + \ldots + \sqrt{x_n^2+y_n^2} \le \sqrt{(x_1+x_2+\ldots+x_n)^2 + (y_1+y_2+\ldots+y_n)^2} = \sqrt{1+8} = 3$$

яъни иррационал ифоданинг жоиз максимал қиймати 3 га тенг.

Математика фанини ўқитишида асосий эътироф уни амалиёт билан узвий боғланган ҳолда олиб боришга қаратилиши зарур. Айниқса, иқтисодиёт, қурилиш, архитектура ва бошқа йўналишлар негизида математика ётганлигини ҳар бир тингловчи ўқув жараёнида тадбиқ этиш керак. Шу ўринда, яна бир амалий масалани қараймиз.

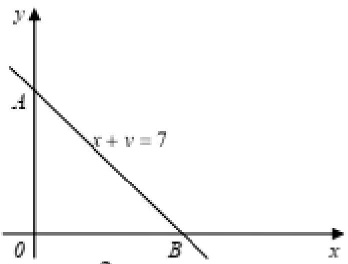
Масала. Харидор 2 хил (2;5) ёки (4;3) жуфтликлардаги моллар (товарлар) тўпламини сотиб олиши маълум бўлса, бюджет чизиғи қандай кўринишга эга бўлади? Агар бирлик нарх 100 000 сўм бўлса, харидорнинг даромади неча сўмни ташкил этади?

Ечиш. Бу иқтисодий масалани математика тилида қуйидагича баён қиламиз. Берилган икки нуқтадан ўтувчи тўғри чизиқ тенгламаси тузилсин.

Тўғри чизиқ тенгламасини $ax+by=c$ кўринишда излаймиз. Тўғри чизиқ (2;5), (4;3) нуқталардан ўтганлиги учун ушбу системани ечамиз:

$$\begin{cases} 2a+5b=c \\ 4a+3b=c \end{cases}$$

Системани ечиб, $a=b, c=7b$ эканлигини топамиз, бюджет чизиғи $x+y=7$ кўринишда бўлади.



2-расм.

Энди иқтисодий масалага қайтамиз. Молларнинг нархлари тенг биринчи ва иккинчи тур мол нархларининг қиймати 100 000 сўм ташкил этади. Харидорнинг даромади эса 700000 сўмдан иборат. Бундай турдаги масалалар талабанинг фақат иқтисодий тафаккуринигина эмас, балки геометрик фикрлашни ҳам ўстиради.

Хулоса. Биз юқорида иқтисодий масалаларни ечимини келтиришда икки ёки уч ўлчовли ҳол учун геометрия теоремалари ёрдамида, аналитик усулда, дифференциал ҳисоб усулида ечиш методларини қараб чиқдик.

Иқтисодий илмни ривожланишига, такомиллашишга математик ҳисоблаш методлари турткибўлди. Фан ва техниканинг жадал суръатларда ривожланиш, ишлаб чиқаришни бошқариш ва режалаштиришдаги талаблар, бозор иқтисодиётига таъсир этадиган асосий омиллардан биридир. Бундай шароитда иқтисодиётни оптимал бошқаришга илмий ёндашиш, математик методлардан, компьютер технологиясидан кенг фойдаланиш зарурати келиб чиқади. Бунинг асосида эса, математик моделлар ёрдамида берилган иқтисодий объектнинг оптимал ечимларини, компьютер технологиясидан фойдаланиб аниқлаш талаб этилади. Математик модел ёрдамида, иқтисодиё жараёнларни таҳлил қилиш ва прогнозлаш мумкин.

Математик модел иқтисодий объектнинг асосий ўзгариш қонуниятларини акс эттириб, объектни оптимал бошқаришнинг асоси ҳисобланади. Кўпгина иқтисодий жараёнлар натижаларнинг ўсиши ёки камайиши, ресурсларнинг ўзгаришига, масалан, ортиқча товар талабнинг камайиши, бунинг асосида эса, ҳар бир товарнинг сотилиш ҳажми аввалигисидан камайиб боради.

Иқтисодиёт масалалари кўп омилларга асосланганлиги учун, уларнинг ўзгариш қонуниятлари чизиқсиз моделларга олиб келади.

Бизнинг фикримиз, қисқача хулоса қилиб айтадиган бўлсак, иқтисод масалаларини чуқур таҳлил қилиш ва уларни оптимал ечимларини осон ҳал қилиш учун математик ва иқтисодий масалалар интеграциясига доир моделлар қурилиши лозим.

Фойдаланилган адабиётлар

1. Абдуллаев Рустамжон “Интеллектуальный мир, модель экономического пространства и законы идеальной экономики” М.: 1995.
2. Ш.А.Саипназаров, Д.Т. Салимов, Д.М. Азимов, Н.М. Алиев “Математика для экономистов”. Учебное пособие. Ташкент. 2022.
3. Sh.A. Saipnazarov, M.T. Ortiqova, J.A. Usarov. “Moliyaviy matematika”. T.: 2022.
4. Новиков А.И. Экономико – математические методы и модели: Учебник для бакалавров. М.: 2020.
5. G. Jay Kerns, Introduction to Probability and statistics Using R, - G. Jay Kerns, 2010.
6. Laurence D. Hoffmann, Gerald Bradlay, “Finite Mathematics with