СОДДА МАТЕМАТИК МОДЕЛЛАРНИ ҚУРИШДА ТАЛАБАЛАР МАТЕМАТИК КОМПЕТЕНТЛИГИНИ РИВОЖЛАНТИРИШ МЕТОДИКАСИ

Сиддиқов Зайниддин Холдорович,
Фарғона давлат унивкрситети катта ўқитувчиси, п.ф.ф.д (PhD)

МЕТОДИКА РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ УЧАЩИХСЯ ПРИ ПОСТРОЕНИИ ПРОСТЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Старший преподаватель Ферганского государственного университета, д.ф.п.н.(PhD)

METHODOLOGY FOR THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL COMPETENCE OF STUDENTS IN THE CONSTRUCTION OF SIMPLE MATHEMATICAL MODELS

Siddikov Zayniddin Kholdorovich,
Senior Lecturer, Fergana State University, PhD

Аннотация. Мақолада содда математик моделларни қуриш орқали талабалар математик компетентлигини ривожлантириш масалалари баён қилинган. Математик компетентликни шакллантириш тизими тузилмасини очиб бериш мақсадида асос сифатида мураккаб ташкиллаштирилган объектлар, жараёнлар ва вазиятларни англашлик методи – моделлаштириш қабул қилинган.

Таянч сўзлар: математик модель, моделлаштириш, функция, каноник, энг кичик квадратлар усули, ҳосила, Крамер усули, параметр, регрессия тенгламаси.

Аннотация. В статье рассмотрены вопросы развития математической компетентности учащихся путем построения простых математических моделей. С целью раскрытия структуры системы формирования математической компетентности за основу был принят метод понимания сложных организованных объектов, процессов и ситуatsiй – моделирование.

Ключевые слова: математическая модель, моделирование, функция, каноническая, метод наименьших квадратов, производная, метод Крамера, параметр, уравнение регрессии.

Annotation. The article deals with the development of mathematical competence of students by building simple mathematical models. In order to reveal the structure of the system for the formation of mathematical competence, the method of understanding complex organized objects, processes and situations was adopted as a basis – modeling.

Key words: mathematical model, modeling, function, canonical, least squares method, derivative, Cramer's method, parameter, regression equation.

Техника соҳасининг бўлғуси мутахассисларида математик компетентликни шакллантириш тизими тузилмасини очиб бериш мақсадида асос сифатида мураккаб ташкиллаштирилган объектлар, жараёнлар ва вазиятларни англашлик методи – моделлаштириш қабул қилинган [2].

Моделлаштиришнинг моҳияти – реал мавжуд бўлган объектлар, жараёнлар, вазиятларнинг муҳим хусусиятларини адекват маънода акс эттирувчи аломатларга эга, график ёки моддий монандларига алмаштирилишига ва реаллик объектларини қўйилган мақсадларига мувофиқ равишда қўлга киритилган моделлар ёрдамида тадқиқот қилинишидан иборат [4].

Модель доимо оригиналдан ажралиб туради. Ҳар қандай бошқа тизим сингари, модель ҳам ўзининг элементар таркиби, тузилмаси, ички ва ташқи алоқаларига эга бўлади. Моделни қуриш пайтида оригинал тизимидаги энг аҳамиятли етакчи элементларни сақлаб қолиниши мақсадга мувофиқ бўлади.

Қуйида содда бир масалани математик моделини қуриш методикасини кўриб чиқамиз.

Агар тезликни у десак, у унга таъсир этувчи s йўл (ёки масофа) ҳамда t вақтга боғлиқдир. Демак тезликни $y = f(s,t)$, (1) кўринишда ифодалаш мумкин. Агар тезлик y фақатгина t вақтга боғлиқ бўлса, у ҳолда бундай боғланишни $y = f(t)$, (2) деб ёзиш мумкин.

Моделлаштириш назариясига кўра, (2) функционал боғланиш чизиқли $y = a_0 + a_1 t$ (3) ва чизиқли бўлмаган кўринишларда ҳам ифодаланиши мумкин, яъни

$$y = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 \quad , \quad (4) \; -параболик$$

$$y = a_0 t^{a_1} \quad , \quad (5) \quad -даражали$$

$$y = a_0 + \frac{a_1}{t} \quad , \quad (6) \quad -гиперболик$$

ва бошқа кўринишларда ифодаланади.

$$y = a_0 + a_1 t \quad , \quad (*)$$

. Умумий ҳолда (3)-(6) боғланишларни каноник шаклини ифодалашда унинг параметрлари a_0 , a_1 , a_2 ларни қиймат жиҳатидан топиш муҳим аҳамият касб этади. Масалан, чизиқли боғланиш даги номаълум параметрлар – a_0 , a_1 ларни топишда “энг кичик квадратлар усули” (ЭККУ) дан фойдаланилади. Бу усулнинг чизиқли (3) боғланишдаги моҳияти қуйидагидан иборат:

Қуйидаги $F = \sum (y - a_0 - a_1 t)^2 \longrightarrow \min$, (7) функцияни тузиб, унда a_0 ва a_1 ларни ўзгарувчилар деб, икки марта хусусий ҳосила оламиз, яъни

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial a_0} &= -2\sum (y - a_0 - a_1 t) \\ \frac{\partial F}{\partial a_1} &= -2\sum (y - a_0 - a_1 t)t \end{aligned}\right\} \quad , \quad (8)$$

(8) ифодани система деб қараб, уни нолга тенглаштирамиз, яъни

$$\left.\begin{aligned} \sum (y - a_0 - a_1 t) &= 0 \\ \sum (y - a_0 - a_1 t)t &= 0 \end{aligned}\right\} \quad , \quad (9)$$

(9) да қуйидагича шакл алмаштириш қилайлик, яъни

$$\left.\begin{aligned} \sum y &= n a_0 + a_1 \sum t \\ \sum yt &= a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 \end{aligned}\right\} \quad , \quad (10)$$

Демак (11) система икки номаълумли (бунда a_0 , a_1 – лар номаълум-лар) иккита чизиқли тенгламалар системасидан иборат экан.

Бундай тенгламалар системасининг умумий ҳолда 6 та хил ечиш усуллари мавжуд. Маълумки, булар – ўрнига қўйиш, алгебраик қўшиш, график усули, Крамер усули, Гаусс ва тескари матрица усули эди [3].

Бу усуллардан бирортасини қўллаб, масалан, Крамер усули ёрдамида изланаётган параметрлар – a_0 ва a_1 ларни топайлик.

$$\Delta = \begin{vmatrix} n & \sum t \\ \sum t & \sum t^2 \end{vmatrix} = n\sum t^2 - \sum t^2 \quad , \quad (11)$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} \sum y & \sum t \\ \sum yt & \sum t^2 \end{vmatrix} = \sum y \sum t^2 - \sum t \sum yt \quad , \quad (12)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} n & \sum y \\ \sum t & \sum yt \end{vmatrix} = n\sum yt - \sum y \sum t \quad , \quad (13)$$

Энди (10) системанинг ечимини ўрнига қўйиш усули ёрдамида топайлик.

$n a_0 = \sum y - a_1 \sum t$, бундан a_0 ни топамиз:

$$a_0 = \frac{1}{n}\left(\sum y - a_1 \sum t\right) \quad , \quad (15)$$

$$\sum yt = \frac{1}{n}\sum y + \left[\sum t^2 - \frac{1}{n}\sum t\right] a_1$$

$$\sum yt - \frac{1}{n}\sum y = \left[\sum t^2 - \frac{1}{n}\sum t\right] a_1$$

Сўнгги тенгликдан a_1 ни топамиз:

$$a_1 = \frac{\sum yt - \frac{1}{n}\sum y}{\sum t^2 - \frac{1}{n}\sum t} \quad , \quad (16)$$

Масала. Қайиқ ўз манзилига етиш учун 1-соатда 5 км/с , 2- соатда 5,8 км/с, 3-соатда 6,1км/с, 4-соатда 6,4 км/с, 5-соатда 6,8 км/с, 6-соатда 7,2 км/с, 7-соатда 7,5 км/с тезлик билан ҳаракат қилган бўлса, қайиқнинг бир кундаги тезлиги (*y)* ни вақт (*t*) бўйича боғланиш тенгламасининг математик ифодасини топинг[1].

Ечиш: Қулайлик учун масала моҳиятини жадвал кўринишида қуйидагича ёзиб оламиз:

t вақт (соат)	1	2	3	4	5	6	7	$\sum t = 28$
У тезлик (км.с)	5	5,8	6,1	6,4	6,8	7,2	7,5	$\sum y = 44{,}7$

$y = a_0 + a_1 t$, (3) даги параметрларни топиш учун қуйидаги тенгламалар системасини ечиш керак бўлади, яъни

$$\left.\begin{aligned} \sum y &= na_0 + a_1 \sum t \\ \sum yt &= a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 \end{aligned}\right\} \quad , \quad (10)$$

Бунинг учун масала моҳиятидан келиб чиқиб, қуйидаги жадвални тузиб оламиз:

T	1	2	3	4	5	6	7	$\sum t = 28$
Y	5	5,8	6,1	6,4	6,8	7,2	7,5	$\sum y = 44{,}7$
Yt	5	11,6	18,3	25,6	34,0	42,6	52,5	$\sum yt = 189{,}6$
t^2	1	4	9	16	25	36	49	$\sum t^2 = 140$

Жадвал маълумотларидан фойдаланиб, керакли қийматларни ўрнига қўйсак, (10) система қуйидаги кўринишга келади:

$$\left.\begin{aligned} 44{,}8 &= 7a_0 + 28a_1 \\ 189{,}6 &= 28a_0 + 140a_1 \end{aligned}\right\} \quad , \quad (11)$$

(*) системани қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$\left.\begin{aligned} 7a_0 + 28a_1 &= 44{,}8 \\ 28a_0 + 140a_1 &= 189{,}6 \end{aligned}\right\} \quad , \quad (12)$$

Бу системани "Қўшиш усули" ёрдамида ечамиз:

$$\left.\begin{aligned} 28a_0 + 112a_1 &= 44{,}8 \\ 28a_0 + 140a_1 &= 189{,}6 \end{aligned}\right\}$$

$$28a_1 = 14{,}4$$

$$a_1 = \frac{14{,}4}{28} = 0{,}514 \approx 0{,}5$$

Топилган a_1 нинг қийматини (12) системага қўйиб, a_0 нинг қийматини аниқлаймиз:

$$7a_0 = 44{,}8 - 28a_1$$
$$7a_0 = 44{,}8 - 28 \cdot 0{,}5$$
$$7a_0 = 44{,}8 - 14$$
$$7a_0 = 30{,}7$$
$$a_0 = \frac{30{,}7}{7}$$
$$a_0 = 4{,}386$$
$$a_0 \approx 4{,}4$$

Натижада a_0 ва a_1 ларнинг қийматларини юқоридаги (3) тенгламага қўйиб, изланаётган боғланишнинг **математик модели** ёки **регрессия** тенгламасини ҳосил қиламиз:

$$y = a_0 + a_1 t = 4{,}4 + 0{,}5t \ , \qquad (13)$$

Энди (13) муносабатнинг адекватлигини текшириш учун қуйидаги муносабатнинг бажарилишини текшириб кўрамиз:

$$\left|\overline{y_{хак}} - \overline{y_{\max}}\right| \longrightarrow 0$$
$$\left|6{,}4 - 6{,}3\right| \longrightarrow 0$$
$$\left|0{,}1\right| \longrightarrow 0$$

Чунки

$$\overline{y_{хак}} = \frac{\sum y}{n} = \frac{44{,}8}{7} = 6{,}4$$
$$\overline{y_{баж.н}} = \frac{\sum y}{n} = \frac{44{,}7}{7} = 6{,}3$$
$$\overline{y_{хак}} \quad 4{,}4 + 0{,}5 \cdot 4 = 4{,}4 + 2 = 6{,}4$$
$$\bar{t} = \frac{\sum t}{n} = \frac{28}{7} = 4$$

Энди (3) муносабатнинг аппроксимatsion хатолигини текширамиз, яъни:

$$\varepsilon_n = \frac{\left|\overline{y_б} - \overline{y_x}\right|}{y_б} \cdot 100$$

Бунинг учун қуйидагиларни ҳисоблаб оламиз:

y_0	y_x	$\overline{y_б} - \overline{y_x}$	$\frac{\left\|\overline{y_б} - \overline{y_x}\right\|}{y_б}$
5,0	4,9	0,1	0,016
5,8	5,4	0,4	0,063
6,1	5,9	0,2	0,032
6,4	6,4	0	0
6,8	6,9	0,1	0,016
7,1	7,4	0,3	0,048
7,5	7,9	0,4	0,003
			$\sum = 0{,}178$

$$\varepsilon_n = \frac{\left|\overline{y_б} - \overline{y_x}\right|}{y_б} \cdot 100 = 0{,}178 \cdot 100 = 17{,}8$$

Демак, ҳосил қилинган (13) формула ёки математик модель ишончли дейилади ва уни келгуси давр (прогноз) учун фойдаланса бўлади [5].

Хулоса қилиб айтганда, бу сингари содда математик моделларни қуришда талабалар математик компетентлигини ривожлантириш ва ижодий фикрлаш кўникмаларини янада ўстириш мумкин бўлади.

Адабиётлар

1. Сиддиқов З.Х. Олий математикани ўқитишда математик моделлаштириш орқали талабаларнинг ўқув кўникмаларини шакллантириш методикаси. Педагогика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси.

2. Уразов Н. Ва бошқалар. Жараён ва тизимларни моделлаштириш. – Фарғона. "Фарғона" нашриёти. 2010. – 143 б.

3. Махмудова Д.М. ва бошқалар. Математика ўқитиш методикаси. Дарслик. Тошкент: 2022й. – 202 б.

4. Махмудова Д.М., Сиддиқов З.Х., Юсупова А.К. Математика ўқитиш методикаси (хусусий методика). Ўқув қўлланма. Т.: 2022й. – 348 б.

5. Ўсаров А.Ж. ва бошқалар. Математика ўқитиш методикаси. Ўқув қўлланма. Тошкент: 2020й. – 224 б.