IQTISODIYOTDA MATRISA VA DETERMINANTLARNING QO'LLANILISHI

Abdullayev Sarvar Anvar o'g'li,
Buxoro davlat Pedagogika institute, Aniq fanlar kafedrasi o'qituvchisi

Annotatsiya Bu ish algebra va sonlar nazariyasi fanining iqtisodiy masalalarga qo'llanilishiga bag'ishlangan. Bu ishda Matritsa va determinantlar orqali kundalik hayotimizda muhim bo'lgan bir nechta iqtisodiy masalalarni yechish jarayonlari qaralgan.

Kalit so'zlar: Matritsa, determinant, texnologik jarayon, ustun, satr.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТРИЦЫ И ДЕТЕРМИНАНТ В ЭКОНОМИКЕ

Абдуллаев Сарвар Анвар угли,
Бухарский государственный педагогический институт, преподаватель кафедры точных наук

Аннотация: Даная работа посвящена применению и алгебраической теории стамески к экономическим вопросам. В данной работе рассматриваются процессы решения ряда вайных в нашей повседневной жизни экономических задач посредством Матрицы и определителя.

Ключевые слова: Матрица, определитель, технологический процесс, столбец, строка

USING THE MATRIX AND DETERMINANTS IN ECONOMICS

Abdullayev Sarvar Anvar o'g'li,
Bukhara State Pedagogical Institute, teacher of the Department of Exact Sciences

Abstract: Tax work is devoted to the use and algebraic theory of the chisel to economic issues. This paper discusses the processes of solving a series of Vainex in our daily life of economic problems through the matrix and the determinant.

Key words: Matrix, determinant, technological process, column, row.

Berilgan m ta satr va n ta ustundan iborat sonlarning to'g'ri burchakli jadvaliga mxn o'lchamli matritsa deyiladi.

Matritsaning o'lchami uning satrlari soni va ustunlari soni bilan aniqlanadi. Matritsaning o'lchamini ifodalash uchun mxn belgi ishlatiladi. Bu belgi matritsaning m ta satr va n ta ustundan tashkil topganini bildiradi.

Matritsani tashkil qilgan sonlar uning elementlari deyiladi. Matritsalar odatda lotin alfavitining bosh A,B,D,… harflari orqali uning elementlari esa lotin alfavitining kichik harflari bilan belgilanadi.

Odatda mxn o'lchamli matritsa quyidagicha belgilanadi:

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} \;\; a_{12} \ldots a_{1j} \ldots a_{1n} \\ a_{11} \;\; a_{12} \ldots a_{2j} \ldots a_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{i1} \;\; a_{i2} \ldots a_{ij} \ldots a_{in} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1} \;\; a_{m2} \ldots a_{mj} \ldots a_{mn} \end{pmatrix}$$

Matrisa $A=(a_{ij}), \quad i=\overline{1,m}; \quad j=\overline{1,n},$ shakldа ham ifodalanishi mumkin:

i-satri, j-ustuni raqami. A matritsaning i-satr va j-ustunda joylashgan elementi a_{ij} bilan belgilanadi.

Matritsalarni ifodalashda $\|\circ\|$ yoki $[\circ]$ belgidan ham foydalaniladi.

Misol: $A=\begin{pmatrix} 13 & -2 & 0 \\ -10 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ - 2x3 o'lchamli matritsadir.

*Matritsani songa ko'paytirish***.** A matritsani - λ songa ko`paytmasi deb, elementlari $b_{ij} = \lambda a_{ij}$ $i = \overline{1,m}$ $\mathrm{j} = \overline{1,\mathrm{n}}$ ko`rinishida bo`lgan $B = \lambda A$ matritsaga aytiladi.

Misol: agar $A=\begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ bo'lsa, $4A=\begin{pmatrix} 4 & -20 \\ 12 & 8 \end{pmatrix}$ bo'ladi. So'ngi tenglikni $\begin{pmatrix} 4 & -20 \\ 12 & 8 \end{pmatrix} = 4\begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ ko'rinishda yozsak, matritsaning hamma elementlari umimiy ko'paytuvchisini, matritsa belgisidan tashqariga chiqarish mumkinligini ko'ramiz.

Xususiy holda A matritsani 0 soniga ko'paytirsak nol matritsa hosil bo'ladi, ya'ni $0 \cdot A = 0$.

*Matritsalarni qo'shish***.** Bir xil o'lchamli A va B matritsalarning yig`indisi deb, elementlari $c_{ij}=a_{ij}+b_{ij}$ ko`rinishida bo`lgan C matritsaga aytiladi va quyidagicha yoziladi:

$$C = A + B.$$

Misol: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ matritsalar yig'indisini topamiz:

$$C = A + B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+2 & 2+3 & 3+1 \\ 2-1 & -1+2 & 4+5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & 9 \end{pmatrix}.$$

*Matritsalarni ayirish***.** Bir xil o'lchamli A va B matritsalarni ayirmasi deb, elementlari $c_{ij}=a_{ij} - b_{ij}$ $i = \overline{1,m}$; $\mathrm{j} = \overline{1,\mathrm{n}}$ ko'rinishda bo'lgan, $C=A-B$ matritsaga aytiladi.

Misol: Ushbu $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$ va $B = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ matritsalar ayirmasi

$$C = A - B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-(-2) & 3-3 \\ 2-4 & 4-(-3) \\ 5-1 & -2-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 7 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$$ kabi topiladi.

*Matritsalarni ko`paytirish***.** Ikkita matritsani ko'paytirish uchun birinchi matritsaning ustunlari soni ikkinchi matritsaning satrlari soniga teng bo'lishi shart. A va B matritsalarning ko'paytmasi deb, shunday C matritsaga aytiladiki,bunda C matritsaning elementlari A matritsaning har bir satr elementlarini mos ravishda B matritsaning har bir ustun elementlariga ko'paytirib, qo'shishdan hosil qilinadi. Yani C ning elementlari quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \ldots + a_{ik}b_{kj} = \sum_{S=1}^{k} a_{is}b_{sj}\ , \quad i = \overline{1,m}\ ; \quad \mathrm{j} = \overline{1,n}$$. Bunda $\mathrm{A}_{mxk} \cdot B_{kxn} = C_{mxn}$

Bunda A_{mxk},B_{kxn} o'lchamlarga ega bo'lgan matrisalar. $\mathrm{A} \cdot B = C$ matrisa mxn o'lchamga ega bo'ladi.

Misol: $A_{2x3} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ $B_{3x2} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$

$$C = A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\cdot 0+2\cdot 1+0\cdot 4 & 1\cdot 2+2\cdot 0+0\cdot(-5) \\ 3\cdot 0+4\cdot 1+(-1)\cdot 4 & 3\cdot 2+4\cdot 0+(-1)\cdot(-5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}$$

Matritsaning bir qator xususiyatlarini ta'riflash va o'rganish uchun uning determinanti tushunchasi kerak bo'ladi. Determinatlar matritsa algebrasining asosiy tushunchasi.

Faqat kvadrat matritsalar uchun diterminant tushunchasi ta'riflanadi. A matritsa ditermnanti $|A|$ yoki Δ kabi belgilanadi. Ayrim o'quv adabiyotlarida determinant atamasi aniqlovchi deb aytiladi.

1-ta'rif. Berilgan $|A|$ determinantni tashkil etgan a_{ij} (i,j=1,2, … ,n) sonlar *determinantning elementlari*, gorizontal ko'rinishda joylashgan a_{ij} (j=1,2, … ,n) elementlar *determinantning i- satri* (i=1,2, … ,n), vertikal ko'rinishda joylashgan a_{ij} (i=1,2, … ,n) elementlar esa *determinantning j ustuni* (**j**=1,2, … ,n**)** deyiladi.

1-Masala. Xo'jalikdagi 3 ta sigirdan sut sog'ilishi miqdori va undagi yog' va oqsil moddalar quyidagi jadval sifatida berilgan bo'lsin.

	Sog'ilgan sut miqdori *l*.	Yog'liligi %	Oqsil %
Govmush	50000	4,2	3,4
Qashqa	4260	4,0	3,5
Merka	4850	3,8	3,6

Barcha sutdagi umumiy yog' va oqsil miqdorlarini aniqlang.

Umumiy yog' va oqsil miqdorlarini aniqlash uchun quyidagi matrisalarni tuzamiz:

$$A = (5000 \quad 4260 \quad 4850), \qquad B = \begin{pmatrix} 0{,}042 & 0{,}034 \\ 0{,}04 & 0{,}035 \\ 0{,}038 & 0{,}036 \end{pmatrix}$$

Ularni ko'paytmasi bilan barcha sutdagi umumiy yog' va oqsil miqdorlarini aniqlaymiz.

$$A \cdot B = (5000 \quad 4260 \quad 4850) \cdot \begin{pmatrix} 0{,}042 & 0{,}034 \\ 0{,}04 & 0{,}035 \\ 0{,}038 & 0{,}036 \end{pmatrix} = (564{,}7 \quad 493{,}7)$$

Demak hosil bo'lgan satr-matrisa sutdagi umumiy yog' va oqsil miqdorlarini beradi. Bundan kelib chiqadiki sutda 564,7 *l* yog' va 493,7 *l* oqsil bor ekan.

2-Masala. Xo'jalikda paxta, bug'doy, sholi ekiladi. Yillik reja shartli birliklarda $X = (12, 4, 5)$ satr-matrisa orqali berilgan bo'lib, butun texnologik jarayonda har bir shartli birlik mahsulot uchun sarflangan mablag' shartli birliklarda quyidagi jadval orqali berilgan. Sarflangan mablag'lar qanday hisoblanadi?

	Urug' uchun	Qo'l mehnat uchun	Mex. Mehnat uchun	Sug'orish	O'g'it uchun
Paxta	2	5	6	3	3
Bug'doy	3	0	4	1	1
Sholi	4	4	1	5	1

Yechish*:* Texnologik jarayon deb urug' ekishdan boshlab, to hosilni yig'ib olguncha bo'lgan barcha ishlar yig'indisiga aytiladi.

Barcha xarajatlar matrisasini jadvaldan foydalangan holda

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 4 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

ko'rinishda yozib olamiz. Yuqorida yillik reja shartli birliklarda $X = (12, 4, 5)$ satr-matrisa orqali berilgan, demak sarflangan mablag'larni hisoblash uchun X va A matrisalar ko'paytmasidan foydalanib topamiz.

$$X \cdot A = \begin{pmatrix} 12 & 4 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 4 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 1 & 5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 56 & 80 & 93 & 65 & 45 \end{pmatrix}$$

Shunday qilib sarflangan mablag'lar $\begin{pmatrix} 56 & 80 & 93 & 65 & 45 \end{pmatrix}$ satr-matrisa ko'rinishda bo'ladi.

3-Masala. T vaqtda neftga bo'lgan talab chiziqli bo'lsin

$$q^t = \beta_0 + \beta_1 x_1^t + \beta_2 x_2^t + \beta_3 x_3^t + \beta_4 x_4^t + \beta_5 x_5^t$$

bu yerda yuqorigi indekslardagi t vaqt davrni ifodalaydi (darajani emas),

$x_1 =$ neft narxi, $x_2 =$ o'rtacha daromad, $x_3 =$ o'rinbosar yoqilg'i narxi,

$x_4 =$ komplemanin narxi (masalan, avtomobil) va $x_5 =$ aholi.

Neftga bo'lgan t vaqtdagi bu chiziqli talab vektor ko'rinishida quyidagicha ifodalanishi mumkin

$$q^t = \beta x^t = \begin{bmatrix} \beta_o & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 & \beta_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x_1^t \\ x_2^t \\ x_3^t \\ x_4^t \\ x_5^t \end{bmatrix}$$

Neftga bo'lgan talab (million barrelda) ni $q = \beta x$ modelida tushuntirish mumkin va bunda

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_o & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 & \beta_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4{,}2 & -0{,}1 & 0{,}4 & 0{,}2 & -0{,}1 & 0{,}2 \end{bmatrix}$$

bo'lsin, deb faraz qilaylik. Tavsiflovchi o'zgaruvchilar vektori

$$x = \begin{bmatrix} 1 \\ x_1^t \\ x_2^t \\ x_3^t \\ x_4^t \\ x_5^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 30 \\ 18{,}5 \\ 52 \\ 12{,}8 \\ 61 \end{bmatrix}$$

bo'lganda neftga bo'lgan talabni hisoblash talab qilingan bo'lsin.

Yechish. Neftga bo'lgan talabni quyidagicha hisoblanadi

$$q = \beta x = \begin{bmatrix} 4{,}2 & -0{,}1 & 0{,}4 & 0{,}2 & -0{,}1 & 0{,}2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 30 \\ 18{,}5 \\ 52 \\ 12{,}8 \\ 61 \end{bmatrix} = [29{,}92]$$

Shunday qilib javob 29,92 million barrel.

4-Masala. Telefon apparatlarini ta'mirlovchi usta 70% telefonlarni past darajada, 20% o'rta darajada va 10% to'liq ta'mirdan chiqardi. Statistik ma'lumotlarga ko'ra 70% past darajada ta'mirlangan telefonlarni bir yildan keyin qayta 10% past darajada, 60% o'rta darajada, 30% ni to'liq ta'mirlashadi. O'rta darajada ta'mirlangan telefonlarni bir yildan keyin qayta 20% past darajada, 50% o'rta, 30% ni to'liq ta'mirlashadi. To'liq ta'mirlangan telefonlarni bir yildan keyin qayta 60% past darajada, 40% o'rta darajada ta'mirlashadi. Agar masala sharti shu tarzda davom etsa 1, 2, 3 – yillardan keyingi har bir darajada ta'mirlangan telefonlar ulushini aniqlash talab qilingan bo'lsin.

Yechish. 1, 2, 3 – yillardan keyingi har bir darajada ta'mirlangan telefonlar ulushini aniqlashda matrisalar algebrasidan foydalanish qulay hisoblanadi.

$X_0 = (0{,}7 \quad 0{,}2 \quad 0{,}1)$ satr-matrisa orqali dastlabki ta'mirdan chiqqan telefon apparatlarini belgilaymiz.

70% past darajada ta'mirlangan telefonlarni bir yildan keyin qayta 10% past darajada, 60% o'rta darajada, 30% ni to'liq ta'mirlash, o'rta darajada ta'mirlangan telefonlarni bir yildan keyin qayta 20% past darajada, 50% o'rta, 30% ni to'liq ta'mirlash va to'liq ta'mirlangan telefonlarni bir yildan keyin qayta 60% past darajada, 40% o'rta darajada ta'mirlashlarni

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}6 & 0{,}3 \\ 0{,}2 & 0{,}5 & 0{,}3 \\ 0{,}6 & 0{,}4 & 0 \end{pmatrix}$$

matrisa ko'rinishda yozib olsak, u holda 1, 2, 3 – yillardan keyingi har bir darajada ta'mirlangan telefonlar ulushi quyidagicha topiladi:

$$X_1 = X_0 \cdot A = (0{,}7 \quad 0{,}2 \quad 0{,}1) \cdot \begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}6 & 0{,}3 \\ 0{,}2 & 0{,}5 & 0{,}3 \\ 0{,}6 & 0{,}4 & 0 \end{pmatrix} = (0{,}17 \quad 0{,}56 \quad 0{,}27);$$

$$X_2 = X_1 \cdot A = (0{,}17 \quad 0{,}56 \quad 0{,}27) \cdot \begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}6 & 0{,}3 \\ 0{,}2 & 0{,}5 & 0{,}3 \\ 0{,}6 & 0{,}4 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= (0{,}291 \quad 0{,}490 \quad 0{,}219);$$

$$X_3 = X_2 \cdot A = (0{,}291 \quad 0{,}490 \quad 0{,}219) \cdot \begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}6 & 0{,}3 \\ 0{,}2 & 0{,}5 & 0{,}3 \\ 0{,}6 & 0{,}4 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= (0{,}2585 \quad 0{,}5072 \quad 0{,}2343).$$

5-Masala. Korxona n xil resurslardan foydalanib, n turdagi mahsulot ishlab chiqaradi. j turdagimmahsulotning bir birlik miqdorini ishlab chiqarilishiga sarflanadigan i-resursning normasi $A_{m\times n}$ matrisa bilan berilgan bo'lsin. Faraz qilaylik, korxona ma'lum vaqt oralig'ida barcha turadgi mahsulotlardan x_{ij}-miqdorida ishlab chiqargan bo'lsin va u $X_{n\times 1}$ matrisa bilan berolgan bo'lsin. Berilgan vaqt oralig'ida yalpi mahsulotni ishlab chiqarish uchun sarflangan barcha turdagi resurslarning matrisasi S-topilsin.

Berilgan: $A_{4\times 3} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 8 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $X_{3\times 1} = \begin{pmatrix} 100 \\ 80 \\ 110 \end{pmatrix}$

Yechish. Sarflangan barcha resurslar matrisasi S berilgan A va X matrisalarning ko'paytmasiga tengdir, ya'ni

$$S = A \cdot X$$

Masala shartiga ko'ra

$$S = A \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 8 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 100 \\ 80 \\ 110 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 930 \\ 960 \\ 450 \\ 690 \end{pmatrix}$$

Demak, berilgan muddatda 930 birlik 1-turdagi resurslar, 960 birlik 2-turdagi resurslar, 450 birlik 3-tur va 600 birlik 4-yurdagi resurslar sarf qilinar ekan.

6-Masala. Oldingi masala shartida qo'shimcha har bir resursning tannarxi berilgan bo'lib, u $P_{1\times m}$ matrisa bilan aniqlansin.

Agar $P_{1\times 4} = (10,20,10,10)$ bo'lsa, berilgan muddatda sarflangan barcha resurslarning to'liq narxi aniqlansin.

Yechish. Sarflangan barcha resurslarning narxini aniqlaydigan C matrisa berilagan P va S matrisalarning ko'paytmasi bilan aniqlanadi, ya'ni

$C = P \cdot S$ yoki $C = P \cdot A \cdot X$

Demak, $C = (10,20,10,10) \cdot \begin{pmatrix} 930 \\ 960 \\ 450 \\ 690 \end{pmatrix} = 3990$ (pul birligi)

Biz bu maqolada matrisa, determinantlar va chiziqli tenglamalar sistemasi yordamida iqtisodiy masalaning matematik modelini tuzib va shu model asosida masalaning yechish sxemasi keltirdik va bir nechta misollarda buni qo'lladik.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:

A.G.Kurosh Oliy algebra kursi. Toshkent "O'qituvchi" 1976

Uzoqboyev, A., Abdullayev, S., & Abriyev, N. (2023). Robototexnik mexanizmlarning maxsusliklarini izlashda matritsaviy usulning qo'llanishi. Евразийский журнал математической теории и компьютерных наук, 3(1), 92-100.

Abdullayev S . Qisqartma konuslarini topish. Innovations in Technology and Science Education, 2(11), 90-93. (2023)

5. Sh.A.Ayupov, B.A.Omirov, A.X.Xudoyberdiyev, F.H.Haydarov Algebra va sonlar nazariyasi (o'quv qo'llanma). Toshkent. "Tafakkur-bo'stoni" 2019.

6. Jo'rayeva N. O., Baxshulloyeva D. Masalalarni tenglamalar yordamida yechish metodikasi. Образование и наука в XXI веке». Выпуск №26 (том 6) (май, 2022). -561-571 стр

7.Брюно А.Д. Солеев А. Локальная униформизация ветвей пространственной кревой и многоранники Ньютона // Алгебра ианализ Т. 3, вып. 1, (1991), С. 67-102.

8. A.Soleyev, X.Nosirova. Darajali geometriyaning chiziqli bo'lmagan masalalarga qo'llanilishi. Monografiya . Samarqand: SamDU, 2017.

9. Баротов А.С. Алгоритм вычисления особенностей алгебраических кривых возникающих в робототехнике// Узбекский математический журнал.-Ташкент, 2011.-№ 1.-С.11-20.

10. Брюно А.Д. Солеев А. Локальная униформизация ветвей пространственной кревой и многоранники Ньютона // Алгебра ианализ Т. 3, вып. 1, (1991), С. 67-102.

11. Брюно А.Д. Солеев А. Классификация особенностей функции положения механизмов// Проблемы машиностроения инадежности машин. № 1, 1994.С.102-109.