TA'LIM JARAYONIDA "OLIY MATEMATIKA" VA "MEXANIKA" FANLARARO INTEGRATSIYALASHGAN YONDASHUV ASOSIDA O'QITISH

Sharipov Ergash Oripovich,
Pedogogika fanlari bo'yicha falsafa doktori (PhD), oliy matematika kafedrasi mudiri, dotsenti. Qarshi muhandislik-iqtisodiyot instituti
https://orcid.org/0009-0004-4557-0362

Annotatsiya. Ushbu maqolada 'Oliy Matematika' va 'Mexanika' fanlarining ta'lim jarayonida qanday qilib integratsiyalashgan yondashuv asosida o'qitilishi ko'rib chiqiladi. Integratsiyalashgan yondashuvning pedagogik afzalliklari, ta'lim samaradorligini oshirish yo'llari va o'quvchilarning muammoli vaziyatlarni yechish qobiliyatlarini rivojlantirish imkoniyatlari tahlil qilinadi.

Kalit so'zlar: statik momenti, moddiy nuqta, inersiya momenti, og'irlik markazi, chiziqli zichlik, egri chiziq, Gyulden 2-teorema, fanlararo integratsiyasi.

TEACHING BASED ON THE INTERDISCIPLINARY INTEGRATION OF «HIGHER MATHEMATICS» AND «MECHANICS» IN THE EDUCATIONAL PROCESS

Sharipov Ergash Oripovich,
Doctor of Philosophy (PhD) in Educational Sciences, Head of the Department of Higher Mathematics, Associate Professor. Karshi Engineering Economics Institute
https://orcid.org/0009-0004-4557-0362

Abstract: This article examines how 'Higher Mathematics' and 'Mechanics' are taught in the educational process based on an integrated approach. The pedagogical advantages of the integrated approach, ways to enhance educational effectiveness, and opportunities to develop students' abilities to solve problematic situations are analyzed.

Key words: static moment, material point, moment of inertia, center of gravity, linear density, curve, Gulden's second theorem, interdisciplinary integration.

ПРЕПОДАВАНИЕ НА ОСНОВЕ МЕЖДИСЦИПЛИНАРНОЙ ИНТЕГРАЦИИ ПРЕДМЕТОВ «ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА» И «МЕХАНИКА» В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ

Sharipov Ergash Oripovich,
Доктор философии (PhD) по педагогическим наукам, заведующий кафедрой высшей математики, доцент. Каршинский инженерно-экономический институт.
https://orcid.org/0009-0004-4557-0362

Аннотация В данной статье рассматривается преподавание дисциплин «Высшая математика» и «Механика» в образовательном процессе на основе интегрированного подхода. Анализируются педагогические преимущества интегрированного подхода, способы повышения эффективности обучения и возможности развития у учащихся способностей решать проблемные ситуации.

Ключевые слова: статический момент, материальная точка, момент инерции, центр тяжести, линейная плотность, кривая, вторая теорема Гюльдена, междисциплинарное интегрирование.

Kirish. Respublikamizda ham siyosiy, ijtimoiy-iqtisodiy sohalarda tub o'zgarishlar ro'y bermoqda. Yangi o'sib kelayotgan avlodning matematik qabiliyatlarini rivojlantirish eng dolzarb masalalardan biri hisoblanadi. Chunki matematik tafakkuri va dunyoqarashi keng bo'lsa boshqa fanlarni o'zlashtirishi ham oson bo'ladi.

−Matematika hamma aniq fanlarning asosidir. Bu fanni yaxshi bilgan bola aqlli, keng tafakkurli bo'lib o'sadi, istalgan sohada muvaffaqiyatli ishlab ketadi, − dedi Prezidentimiz [1].

Haqiqatan ham, Prezidentimiz va Hukumatimiz tomonidan ta'lim jarayonini zamonaviylashtirish sohasida olib borilayotgan sa'y-harakatlarga muvofiq har bir fanni o'qitishda ilg'or ta'lim texnologiyalarni o'quv mashg'ulotiga tatbiq qilishning asosiy yo'li ta'lim samaradorligini oshirishga to'sqinlik qilayotgan eskicha o'qitish tizimidan voz kechishdan iboratdir.

Jamiyat rivojlanishining texnologiyalashuvi davrida ta'lim jarayonida ham shunday metodikani yaratish kerakki, u takrorlanuvchilik, turg'un bo'lishi va ta'lim samaradorligini oshirishi, sifatini kafolatlashi pedagoglar oldidagi muhim muammolardan biri hisoblanadi. Globalashuvchi sharoitida ta'lim tizimida ham boshqa sohalar qatori ijobiy o'zgarishlarni taqoza etmoqda. Bugungi kunda ilm-fan, texnika va ishlab chiqarishdagi ijobiy va salmoqli o'zgarishlar to'g'risida talabalarga tez, sifatli, to'liq nazariy va amaliy bilimlar berish talab etilmoqda. Ushbu vazifa birinchi o'rinda, nazariy hamda amaliy ma'lumotlarni o'zlashtirib, ko'nikmani malakaga aylantirishning optimal varianti bo'lgan talaba mustaqil ish mavzularida bajariladi [2].

Shuni ta'kidlash kerakki, Respublikamizda ta'lim shaklidan o'zgarishlarning asosiy maqsadi «ta'limning uzluksiz mavjudligini ta'minlash va ta'lim sifatini yaxshilash edi» [2].

Hozirgi kunda talabalar fanlarni chuqur o'zlashtirishi uchun o'quv rejada talaba mustaqil ishlariga ham alohida e'tibor qaratilishi zarur deb hisoblanmoqda. O'quvchi auditoriyada egallagan nazariy va amaliy bilimlarini yanada mustahkamlash maqsadida mustaqil ish mavzularida ko'proq talabalar ishlashi zarur [4].

Adabiyotlar tahlili. Umumiy o'rta ta'lim maktabi o'quvchilarning matematik tafakkurini rivojlantirish B.S.Abdullaeva, X.A.Sultonovalar ishlari va o'qitish metodikasini yaratish masalalari I.M.Gaysinskaya, X.Ochilova, J.Qudratov, D.V.Manevichlar ishlari hamda, matematika fanni o'qitishning xususiyatlari va matematika ta'limiga innovasion yondashuvlarni joriy etish masalasi I.U.Ibragimov, Sh.A.Saipnazarov, A.Yu.Bakirovalar ishlarida o'z aksini topgan.

Mustaqil davlatlar hamdo'stligi mamlakatlarida matematikaning o'qitish va o'rganishning nazariy metodik asoslari V.A.Bolotyuk, E.A.Bunimovich, V.D.Selyutinlar ishlari. Zamonaviy yondashuvlar va axborot texnologiyalarini o'qitish va o'rganish jarayoniga joriy etish I.V.Sulina, M.A.Suvorova, L.A.Terexova, S.V.Sherbatix va boshqalarning ilmiy tadqiqot ishlarida o'z aksini topgan.

Ta'lim jarayonini loyihalash masalalari, uning nazariy va amaliy jihatlari V.P.Bespalko, T.K.Smikovskaya, V.M.Monaxov va boshqalar, respublikamizda B.Ziyomuhamedov, M.Tojiev, B.Sh.Usmonov, Q.Ishmatov, O'.Q.Tolipov, D.Fayzullaeva va boshqalarning ilmiy ishlarida asoslab berilgan [3].

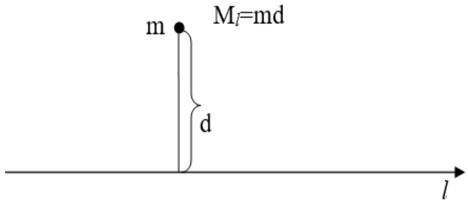
Oliy matematik fani o'qitish va dars mashg'ulotlarini tashkil etishga oid qator o'quv adabiyotlari T.A.Azlarov, Sh.Alimov, N.Jabborov, N.Dilmurodov, T.J.Jo'rayev, [131], A.Sadullayev, E.Xolmurodov, P.Ye.Danko va boshqalar tomonidan yaratilgan.

Tadqiqot Metodologiyasi. Texnika OTM birinchi va ikkinchi kurs talabalariga o'tiladigan "Oliy matematika" va "Mexanika" fanlarini mavzulari o'zaro bir-biriga chambarchas bog'liqligini integratsiyalashgan yondoshuv asosida o'qitish metodtkasini keltiramiz. [4].

O'quv mazmuni fanlararo aloqadorlik, tayanch tushunchalarni berishni va masalalarni echishni ilg'or ta'lim texnologiyalarini ta'lim jarayonida qo'llash asosida talabalarning mantiqiy fikrlash ko'nikmasini hosil qilishda o'quv mashg'ulotida tayanch tushunchalarini eslatgan holda quyidagi masala echishni fanlarni integratsiyasi asosida o'qitishga namuna keltiramiz

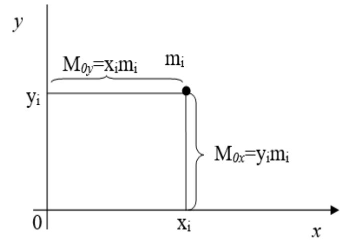
Natijalar va Muhokama. Texnika oliy ta’lim muassalari talabalari o‘quv rejaga asosan birinchi “Oliy matematika” fani va “Mexanika” fani o‘qitiladi. Bu fanlarni tayanch tushunchalari o‘zaro bir-biriga chambarchas bog‘liq.

Shu bois “Mexanika” fani tayanch tushunchalari asosida “Oliy matematika” fanida geometrik figura va jismlarning og’irlik markazini, aylanma jismlarni sirti yuzini hamda hajmi topishga masalalarida integratsiyalashgan yondoshuv keltiramiz [5].



1-chizma.

m massali moddiy nuqtaning l o’qqa nisbatan statik momenti deb $M_l = md$ kattalikka aytiladi, bu yerda d moddiy nuqtadan ℓ o’qqacha bo’lgan masofa (1-chizma) [6].



2-chizma.

Agar oxy tekislikda massalari $m_1, m_2, \cdots, m_i, \cdots, m_n$ bo’lgan moddiy nuqtalarning

$$M_1(x_1; y_1), M_2(x_2; y_2), \cdots, M_i(x_i; y_i), \cdots, M_n(x_n; y_n) \quad (1)$$

sistemasi berilgan bo’lsa, u holda $x_i m_i$ va $y_i m_i$ ko’paytmalar m_i $\left(i = \overline{1, n}\right)$ massaning oy va ox o‘qlarga nisbatan statik momentlari deyiladi (2-chizma).

Berilgan (1) moddiy nuqtalar sistemasining og‘irlik markazi koordinatalari

$$x_c = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2 + \ldots + x_n m_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i m_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} \quad (2), \quad y_c = \frac{y_1 m_1 + y_2 m_2 + \ldots + y_n m_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i m_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} \quad (3).$$

formulalar yordamida topilishi mexanika kursidan ma‘lum.

$$M_y = \sum_{i=1}^{n} x_i m_i \quad (4) \text{ va } M_x = \sum_{i=1}^{n} y_i m_i \quad (5)$$

yigindilar berilgan sistemaning mos ravishda oy va ox o‘qlarga nisbatan statik momenti deyiladi. Agar moddiy nuqtalar sistemasi oy va ox o‘qlarga nisbatan simmetrik bo’lsa, u holda uning mos statik momentlari nolga teng bo’ladi.

m massali moddiy nuqtaning l o’qqa nisbatan inersiya momenti deb $I_l = md^2$ songa aytiladi, bu yerda d- moddiy nuqtadan ℓ o’qqacha bo’lgan masofa. (1) moddiy nuqtalar sistemasining ox va oy o’qqa nisbatan inersiya momentlari

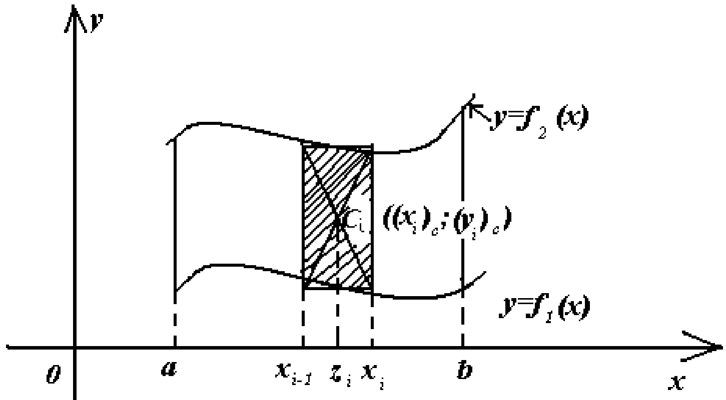
$$I_x = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 m_i \quad (6) \text{ va } I_y = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 m_i \quad (7).$$

fomulalar yordamitda topiladi [6].

Tekislikdagi chiziqning og’irlik markazi topaylik. Uzluksiz AB egri chiziq $y = f(x)$, $y = 0$, $x = a$ ва $x = b$ tenglama bilan berilgan bo’lsin.

Berilgan yassi (tekis)figuraning sirt zichligi, ya'ni yuz birligiga mos massa hamma joyda bir xil va δ ga teng deb faraz qilamiz $(\delta - const)$. Bunaqa figura odatda bir jinsli deb yuritiladi.

Endi yassi (tekis)figura og'irlik markazi topaylik. Berilgan figura uzluksiz $y = f_1(x)$, $y = f_2(x)$ $(f_1(x) \le f_2(x))$ egri chiziq hamda $x = a$, $x = b$ $(a < b)$ to'g'ri chiziqlar bilan chegaralangan bo'lsin. Shu figuraning og'irlik markazini topamiz (3-chizma) [7].



3-chizma

Berilgan figurani $x = a = x_0$, $x = x_1$, $x = x_2$, $\cdots$, $x = x_{i-1}$, $x = x_i$, $\cdots$, $x = x_n = b$ to'g'ri chiziqlar bilan kengligi Δx_1, Δx_2, $\cdots$, Δx_i, $\cdots$, Δx_n bo'lgan n ta bo'laklarga ajratamiz.

Har bir bo'lakning massasi uning yuzi bilan δ chiziqli zichlik ko'paytmasiga teng bo'ladi.

Agar $i-$bo'lakni asosi Δx_i va balandligi $f_2(z_i) - f_1(z_i)$ bo'lgan to'g'ri to'rtburchak bilan almashtirsak, $i-$bo'lakning massasi

$$\Delta m_i = \delta \cdot [f_2(z_i) - f_1(z_i)] \cdot \Delta x_i$$

ga teng bo'ladi, bunda $z_i = \frac{x_{i-1} + x_i}{2}$ (ya'ni z_i, $[x_{i-1}; x_i]$ kesmaning o'rtasi). Bu bo'lakning og'irlik markazi taxminan tegishli to'g'ri to'rtburchakning markazi (diogonallarining kesishish nuqtasi)da, ya'ni koordinatalari

$$(x_i)_c = z_i, \; (y_i)_c = \frac{f_1(z_i) + f_2(z_i)}{2}$$

bo'lgan nuqtada bo'ladi.

Har bir bo'lakni massasi tegishli to'g'ri to'rtburchakning massasiga teng bo'lgan va shu to'g'ri to'rtburchak og'irlik markaziga to'plangan moddiy nuqta bilan almashtiramiz.

U holda butun figura og'irlik markazi koordinatalarini topish uchun moddiy nuqtalar sistemasi og'irlik markazi koordinatalarini topish formulalari (2) va (3) dan foydalanish mumkin. Bu formulalarga x_i o'rniga z_i; y_i o'rniga $\frac{1}{2}[f_1(z_i)+f_2(z_i)]$; m_i o'rniga $\Delta m_i = \delta \cdot [f_2(z_i) - f_1(z_i)] \cdot \Delta x_i$ ni quyib quyidagiga ega bo'lamiz.

$$x_c \approx \frac{\sum_{i=1}^{n} z_i \cdot \delta \cdot [f_2(z_i) - f_1(z_i)] \cdot \Delta x_i}{\sum_{i=1}^{n} \delta \cdot [f_2(z_i) - f_1(z_i)] \cdot \Delta x_i}, \quad y_c \approx \frac{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} [f_2(z_i) + f_1(z_i)] \cdot \delta \cdot [f_2(z_i) - f_1(z_i)] \cdot \Delta x_i}{\sum_{i=1}^{n} \delta \cdot [f_2(z_i) - f_1(z_i)] \cdot \Delta x_i}$$

Aniq integral ta'rifiga ko'ra va Bu formulalarning maxrajida berilgan figuraning massasi turishini hamda chiziqli zichlik δ o'zgarmas bo'lganligi tufayli hisoblash jarayonida qisqarib ketganligini qayd etamiz. Bunda $\max \Delta x_i \to 0$ da limitga o'tib, berilgan figura og'irlik markazining koordinatalarini topamiz $\left(m = \int_a^b [f_2(x) - f_1(x)] \cdot dx \right)$:

$$x_c = \frac{\int_a^b x \cdot [f_2(x) - f_1(x)] \cdot dx}{m} \ (16), \quad y_c = \frac{1}{2} \cdot \frac{\int_a^b [f_2(x) + f_1(x)] \cdot [f_2(x) - f_1(x)] \cdot dx}{m} \ (17)$$

Berilgan figura bir jinsli bo'lmasa, ya'ni chiziqli zichlik δ o'zgaruvchi bo'lganda figuraning og'irlik markazi koordinatalari chiziqli zichlikka bog'liq bo'ladi.

Agar berilgan yassi figura $y = f_2(x) = f(x) > 0$, $y = 0$ egri chiziq hamda $x = a$ $x = b$ $(a < b)$ to'g'ri chiziqlar bilan chegaralangan bo'lsa (16) va (17) formulalar quyidagi ko'rinshni oladi:

$$x_c = \frac{\int_a^b x \cdot f(x) \cdot dx}{m} \ (18), \quad y_c = \frac{1}{2} \cdot \frac{\int_a^b f^2(x) \cdot dx}{m} \ (19)$$

formulalar $y = f_2(x) = f(x) > 0$, $y = 0$ egri chiziq hamda $x = a$ $x = b$ $(a < b)$ to'g'ri chiziqlar bilan chegaralangan yassi (tekis)figurани og'irlik markazi ifodalaydi. (19) formuladan

$$2\pi \cdot y_c \cdot m = \pi \cdot \int_a^b f^2(x) \cdot dx \ (20)$$

bu formulani o'ng tomoni yassi figurvni ox o'qi atrofida aylanishdan hosil bo'lgan jismni hajmini ifodalaydi, chap tomonida massasi uning yuzi S bilan $\delta = 1$ chiziqli zichlik ko'paytmasiga tengligini e'tiborga olsak, ya'ni $m = S$ bo'ladi. U holda (20) formula quyidagicha ifodalash mumkin:

$$2\pi \cdot y_c \cdot S = V \ (21)$$

Shunday qilib, (21) formula tekis figurani u bilan kesishmaydigan biror o'q atrofida aylanishidan hosil qilingan jismning hajmi shu figura yuzining shu figura

$C(x_c;y_c)$ og'irlik markazi tamonidan chizilgan aylana uzunligiga ko'paytirilganiga teng ekan [8].

Shunday qilib quyidagi Gyuldenning 2 - teoremasi isbotlandi.

Teorema (2-Gyulden). $y=f(x)$ egri chiziq $x=a$, $x=b$ to'g'ri chiziqlar va ox o'qi bilan chegaralangan tekis figurani ox o'qi atrofida aylantirishdan hosil bo'lgan figuraning hajmi berilgan figura yuzi bilan uning og'irlik markazi chizgan aylana uzunligining ko'paytmasiga teng.

Endi uzluksiz $y=f_1(x)$, $y=f_2(x)$ $(f_1(x)\le f_2(x))$ egri chiziq hamda $x=a$ $x=b$ $(a<b)$ to'g'ri chiziqlar bilan chegaralangan yassi (tekis)figurani statik momentlarini hisoblash uchun $\delta=1$ deb (2) va (3) formulalarga ko'ra:

$$M_x=\frac{1}{2}\int_a^b[f_2(x)+f_1(x)]\cdot[f_2(x)-f_1(x)]\cdot dx \text{ (22)}; \quad M_y=\int_a^b x\cdot[f_2(x)-f_1(x)]\cdot dx \text{ (23)};$$

formulalarga ega bo'lamiz.

Agar berilgan bir jinsli figura (zichlik $\delta=1$) $y=f_2(x)=f(x)>0$, $y=0$ egri chiziq hamda $x=a$ ва $x=b$ $(a<b)$ to'g'ri chiziqlar bilan chegaralangan yassi (tekis)figurани bo'lsa, u holda yuqorida keltirilgan formulalar quyidagi ko'rinishni oladi:

$$M_x=\frac{1}{2}\int_a^b y^2dx=\frac{1}{2}\int_a^b f^2(x)dx \text{ (24)}; \quad M_y=\int_a^b xydx=\int_a^b xf(x)dx \text{ (25)};$$

Shu figuraning koordinata o'qlariga nisbatan inersiya momentlari:

$$I_x=\frac{1}{3}\int_a^b y^3dx=\frac{1}{3}\int_a^b f^3(x)dx \text{ (26)}; \quad I_y=\int_a^b x^2ydx=\int_a^b x^2f(x)dx \text{ (27)}$$

Xulosa. Fanlararo integratsiyasini tashkil etish texnika OTM larda ta'lim jarayoni sifatini, samaradorligini oshirib, talabalarni matematik fikrlashlarini o'stiradi, amaliy masalalarni echimlarini topish ko'nikmasini hosil qiladi. Talaba darsdan tashqari vaqtda shunga o'xshash nazariy tayanch tushunchalarni o'rganib misol va masalalarni yechishi talabaning ushbu fanlardan egallaydigan bilimlarini yanada mustahkamlaydi.

O'qituvchi mavzular ketma-ketligini e'tiborga olib talabalarni mustaqil ish mavzularida fanlararo integratsiyasiga e'tibor qaratishini tavsiya qilamiz..

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

"Xalq so'zi" gazetasi, 1 fevral 2020 yil, 24-son.

Шарипов Э.О. Академик лицейларда математик анализ асосларини ўқитиш методикаси.: Пед. фан. фалс. д-ри. ... дисс. – Тошкент: УзМУ. 2019. – 144 б.

Тожиев М., Хуррамов А. Таълим жараёнини педагогик технология асосида ташкил қилишда қўлланиладиган замонавий таълим усуллари. Тошкент 2014.-96 б.

Э.О.Шарипов, С.Ю.Шодиев. Талаба мустақил ишини бажаришда фанлараро интеграция жараёнининг аҳамияти // Физика, математика ва информатика. – Тошкент, 2023. – 2–сон. – Б. 56-61.

Kenjayev Sh.SH., Qaxxarov A.A. Fizik masalalarni yechishda aniq integralning tatbiqlari. “Fizika va matematika fanlarini o‘qitishning zamonaviy usullar: muammolar va yechimlar” Respublika ilmiy-amaliy anjumani materiallari to‘plami Shaxrisabz, 5 yanvar 2023 yil, B.143-148.

E.Xolmurodov, A.I.Yusupov, T.A.Aliqulov. Oliy matematika II qism. “VNESHINVESNPROM” MCHJ. TOSHKENT-2017.

Е.И.Бутиков, А.А.Быков, А.С.Кондратьев. – Физика в примерах и задачах. 2-е изд. 1983 г.

П.Е.Данко, А.Г.Попов, Т.Я.Кожевникова. - Высшая математика и упражнениях и задачах. В 2 ч.1: Учеб.пособие для вузов - 6-е изд.- М. “Мир и Образование”, 2003 г.