TO'PLAMLAR NAZARIYASI VA MATEMATIK MANTIQ ELEMENTLARINI O'QITISHGA DOIR

DOI: https://doi.org/10.53885/edinres.2021.45.77.004

Allakov Ismoil,
Termiz davlat universiteti professori

Muzropova Nargiza,
Termiz davlat universiteti doktoranti

Annotatsiya: Maqolada O'zbekiston o'rta ta'lim maktablarida matematika o'qishdagi muammolar va ularni bartaraf etish yo'llari haqida fikr yuritilib, masalaning mohiyati matemetikaning muhim tushunchalaridan bo'lgan to'plamlar nazariyasi va matemetik mantiq elementlarini o'qitish misolida ochib berilgan.Unda mualliflar o'zlarining tajribalariga tayangan holda takliflar berganlar.

Kalit so'zlar: to'plam, qism to'plam, ta'riflanadigan va ta'riflanmaydigan tushunchalar, to'plamlarning birlashmasi, to'plamlarning kesishmasi, to'plamlarning ayirmasi, simmetrik ayirma, mantiqiy amallar, inkor, diz'yunksiya, kon'yunksiya, implikatsiya, ekvivalentlik, teng kuchli formulalar.

О ПРЕПОДАВАНИИ ЭЛЕМЕНТОВ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

Аллаков Исмаил,
Профессор Термезского государственного университета

Наргиза Музафарова,
Докторант Термезского государственного университета

Аннотация: В статье обсуждаются проблемы и пути их решения в обучении математике в средних учебных заведениях Узбекистана, а также раскрывается суть проблемы на примере преподавания элементов теории множеств и математической логики, являющихся важными понятиями математики. В ней авторы, опираясь на собственный опыт, давали рекомендации

Ключевые слова: множество, частное множество, определяемые и не описываемые понятия, объединение множеств, пересечение множеств, вычитание множеств, симметричное вычитание, логические операции, отрицание, дизъюнкция, конъюнкция, импликация, эквивалентность, равносильные формулы.

THE THEORY OF SETS AND THE TEACHING OF MATHEMATICAL LOGIC ELEMENTS

Allakov Ismoil,
Professor of Termez State University

Muzropova Nargiza,
Doctoral student of Termez State University

Abstract: The article gives an idea of the problems in mathematics education in secondary schools of Uzbekistan and ways to eliminate them, the essence of the issue is explained by the example of teaching the theory of sets and elements of mathematical logic, which are important concepts of mathematics. In it, the authors made suggestions based on their own experience.

Keywords: collection, part collection, concepts that can not be described and described, the Union of collections, the intersection of collections, the division of collections, symmetric subtraction, logical operations, negation, dizyunction, conjugation, implication, equivalence, equally strong formulas.

Matematika hamma aniq fanlarga asos.
Bu fanni yaxshi bilgan bola aqlli, keng
tafakkurli bo'lib o'sadi, istalgan sohada
muvaffaqiyatli ishlab ketadi.
Sh.M.Mirziyoyev

Respublikamizda Matematika fanini rivojlantirish va matematikani ta'lim muassasalarida jahon standartlari darajasida o'qinishni tashkil etish sohadagi ustuvor vazifalardan biri hisoblanadi. Bunda matematikaga iqtidori bor yoshlarni aniqlash va ularga fanni chuqur o'rgatish to'g'risida bir qancha qaror va farmonlar qabul qilindi [1,2]. Matematika fani oqituvchilariga keng imkoniyatlar berildi. Ilmiy izlanishlar ko'rsatadiki, inson hayoti mobaynida matematik qobiliyatni rivojlantirishning asosiy va katta qismi maktab davriga to'g'ri keladi. Bu esa maktab matematika fani o'qituvchilariga ulkan ma'suliyat yuklaydi.

Matematik muammolarni hal qilish orqali o'quvchi quyidagilarni o'rganadi:

-fikrlarni umumlashtirish va ular ichidan muhimlarini ajratish;

-tahlil qilish va tizimlashtirish ;

-qonuniyatlarni aniqlash va sabab munosabatlarini o'rnatish;

- xulosa va natijalar chiqarish;

-mantiqiy, strategik va abstrakt o'ylash.

Muntazam matematika bilan shug'ullanish miyaning ishlashini, aql-idrok va kongitiv qobiliyatni rivojlantiradi hamda dunyoqarashni kengaytiradi.

Matemetikaning muhim tushunchalaridan biri to'plamlar nazariyasi va matemetik mantiq elementlaridir. O'rta maktablarda 11 yillik majburiy ta'lim qaytadan tashkil etilganida zamon talablaridan kelib chiqib fan dasturiga ba'zi o'zgartitirishlar kiritildi. Shulardan biri dasturga "To'plamlar nazariyasi va matematik mantiq elementlari" ning kiritilishidir. Buni quyidagi ikki jihat bilan izohlash mumkin:

birinchidan o'rta mabtablardagi matematik ta'limni jahon standartlariga yaqinlashtirish;

Bu mavzular Oliy o'quv yurtlarida o'qitilar edi. Lekin ular matematikaning asosini tashkil qiladiadi. Matematika fani asosi sifatida to'plamlar qaraladi. Matematikadagi tasdiqlarning rost yoki yolg'on ekanligini aniqlash esa matematik mantiqdagi keltirib chiqarish qoidalari yordamida amalga oshiriladi.

Shuning uchun bu mavzular bo'yicha dastlabki ma'lumotlarni o'rta maktablarda o'rganish maqsadga muvofiqqir.

"To'plamlar nazariyasi elementlari" mavzusini o'tayotganda o'qituvchi tomonidan quyidagilarni ta'kidlash o'tilishini maqsadga muvofiq deb bilamiz:

Barcha fanlarda bo'lgani kabi matematikada ham barcha tushunchalar ikki turga: ta'riflanmaydigan va ta'riflanadigan tushunchalarga bo'linadi. Ta'riflanmaydigan tushunchalar shu fanning eng sodda va asosiy tushunchalar bo'lib ular ta'rifsiz qabul qilinadilar. Ana shu ta'riflanmaydigan tushunchalardan foydalanib fandagi boshqa tushunchalarga ta'rif beriladi. Biz hozirgacha ta'riflanmaydigan tushunchalardan ba'zilari bilan tanishmiz. Bu geometriyaning planemetriya qismidagi "nuqta" va "to'g'ri chiziq", stereometriya qismiga kelib bular qatoriga "tekislik" tushunchasi ham qo'shiladi. To'plam ham matematikaning ta'riflanmaydigan tushuchasidir. Undan foydalanib matematikaning boshqa tushunchalari ta'riflanadi. To'plam tushunchasini birinchi bo'lib nemis matematigi G.Kantor (1845-1918) fanga kiritgan.

To'plamni tashkil etuvchi predmetlarga uning elementlari deyiladi. To'plamlarni biz lotin alfavitining bosh harflari bilan uning elementlarini esa shu alfavitning kichik harflari bilan belgilaymiz. Agar to'plam chekli sondagi elementlardan tashkil topgan bo'lsa bunday holda unga chekli to'plam, aks holda cheksiz to'plam deyiladi. Chekli to'plamlarni yozishda uning elementlarini yozib ko'rsatish mumkin. Masalan: yozuv to'plamning elementlardan tashkil topganini bildiradi. elementning to'plamga tegishli ekanligini ko‘rinishida, elementning to‘plamga tegishli emas ekanligini ko‘rinishida belgilaymiz.

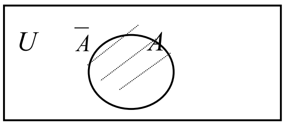
Cheksiz to‘plamlar odatda xarakterli xususiyatlari bilan beriladi. Xarakterli xususiyat degan biz faqat berilgan to‘plam uchun o‘rinli bo‘lib qolgan biror to‘plam uchun ham o‘rinli bo‘lmagan xossa tushiniladi. Masalan: N-natural sonlar to‘plami.

Odatda predmetlarni, ob’yektlarni birgalikda qaraganimizda to‘plam tushunchasiga kelamiz. Lekin bu yuzaki qarash bo‘lib ayrim olingan birta predmetning o‘zi ham to‘plam bo‘la oladi, xattoki birorta elementga ega bo‘lmagan- bo‘sh to‘plam deb ataluvchi to‘plam ham mavjud. Bundan keyin bo‘sh to‘plamni □-simvoli bilan belgilaumiz.

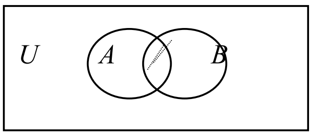
Bizga ikki va to‘plamlar berilgan bo‘lsin. Agar to‘plamning barcha elementlari to‘plamda mavjud bo‘lsa, u holda to‘plamni to‘plamning qismi (qism to’plami) deyiladi va ko‘rininshda belgilanadi. Agarda to‘plamning barcha elementlari to‘plamda mavjud bo‘lsa, va aksincha to‘plamning barcha elementlari to‘plamda mavjud bo‘lsa bunday va to‘plamlar teng deyiladi va ko‘rininshda yoziladi. Birorta to‘plamning qismi deb qaralmaydigan to‘plamga universal to‘plam deyiladi.

Tenglamalar, tengsizliklar va ular sistemalarining yechimlarini, funksiyaning aniqlanish sohasini, funksiyaning uzluksizlik nuqtalari to‘plamlarini topish kabi masalalar nuqtaviy to‘plamlarga, ular ustidagi amallarga, to‘plamlarning turli sistemalarini o‘rganishga olib keladi. Berilgan ikki to‘plamga ko‘ra uchinchi to‘plamni hosil qilishning quyidagi usullari mavjud odatda bu usullarga to‘plamlar ustida amallar deb ataladi. Ular quyidagilardir: to‘plamlarning birlashmasi, kesishmasi, ayirmasi, simmetrik ayirmasi va Dekart ko‘paytmasidir. O’quvchilarga dars o’tishda shu amallarning barchasiga ta’rif berib misollar bilan tushuntirish lozim bo’ladi. Bunda Eyler-Venn diagrammalari yordamida tasvirlashdan foydalanish juda ham qilay. Shundan keyin amallarning xossalarini keltirib o‘tish joiz bo‘ladi.

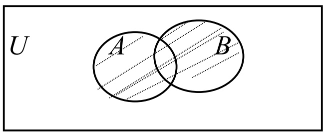
To`plamlarni Eyler-Venn diagrammalari orqali tasvirlashning ba’zi ta’riflarini keltiramiz:



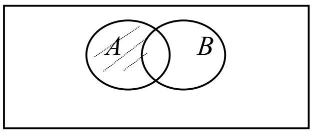
1-shakl. *1)* $A \cup A = A$; *2)* $A \cup \overline{A} = U$.



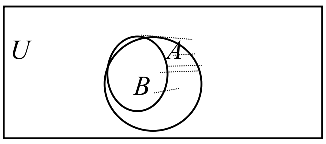
2-shakl. $A \cap B$;



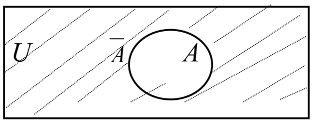
3-shakl. $A \cup B$;



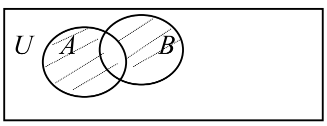
4-shakl. A / B;



5-shakl . *B* to`plamni *A* to`plamgacha to`ldiruvchi to`plam.



6-shakl. *A* to`plamni *U* universal to`plamgacha to`ldiruvchi to`plam .



7-shakl. *A* va *B* to`plamlarning simmetrrik ayirmasi.

Ma’ruzada shuningdek, matematik mantiq elementlarini o‘rta maktablarda o‘qitish yuzasidan takliflar ham bayon qilinadi.

1-teorema. Universal to‘plamning istalgan A,B,C qism to‘plamlari orasidagi munosabatlarni ifodalovchi quyidagi tengliklar ayniyatdir:

1. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$. 1′. $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$.
2. $A \cup B = B \cup A$. 2′. $A \cap B = B \cap A$.
3. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cup (A \cup C)$. 3′. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
4. $A \cup \emptyset = A$. 4′. $A \cap U = A$.
5. $A \cup \bar{A} = U$. 5′. $A \cap \bar{A} = \emptyset$.

Agar $A \subseteq B$ va $B \subseteq A$ bo‘lsa , u holda A=B. Shu xossadan foydalanib yuqorida keltirilgan ayniyatlar isbot qilinadi, ya’ni tenglikning chap tomonidagi har bir element uning o‘ng tomonida ham mavjud va aksincha ekanligini ko‘rsatish yetarli.

2-teorema.U universal to‘plamning istalgan A va B qism to‘plamlari uchun quyidagilar o‘rinli:

6. Hamma A lar uchun $A \cup B = A$ bo‘lsa , u holda $B = \emptyset$.

6′. Agar istalgan A uchun $A \cap B = A$ bo‘lsa, u holda B=U.

7 va 7′. Agar $A \cup B = U$ va $A \cap B = \emptyset$ bo‘lsa, u holda $B = \bar{A}$.

8 va 8′. $\bar{\bar{A}} = A$.

9. $\bar{\emptyset} = U$. 9′. $\bar{U} = \emptyset$.

10. $A \cup A = A$. 10′. $A \cap A = A$.

11. $A \cup U = U$. 11′. $A \cap \emptyset = \emptyset$.

12. $A \cup (A \cap B) = A$. 12′. $A \cap (A \cup B) = A$.

13. $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$. 13′. $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$.

2-teoremaning ayrim tengliklari maxsus nomga egadir. Masalan, 10 va10′ - tengliklar idenpotentlik qonuni, 12 va 12′- tengliklar yutish qonuni, 13 va 13′- tengliklar de Morgan qonuni deb ataladi.

Mantiq jarayonini turli matematik belgilar bilan ifodalashga intilish Arastuning asarlaridayoq uchraydi. XVI-XVII asrlarga kelib,, mexanika va matematika fani rivojlanishi bilan matematik metodni mantiqqa tadbiq etish imkoniyati kengaya bordi. Nemis faylasufi Leybnits har xil masalalarni yechishga imkon beruvchi mantiqiy matematik metod yaratishga intilib , mantiqni matematiklashtirishga asos soldi. Mantiqiy jarayonni matematik usullar yordamida ifodalash XIX asrlarga kelib rivojlana boshladi.

Teng kuchli formulalarga doir teoremalar.

1-teorema. A va B formulalar teng kuchli bo‘lishi uchun $\bar{A}$ va $\bar{B}$ formulalar teng kuchli bo‘lishi zarur va yetarli.

Isboti. A=B bo‘lsin. U vaqtda hamma holatlarda formulalar bir xil qiymatga ega bo‘ladi. U holda $\bar{A}$ va $\bar{B}$ formulalar ham chinlik jadvalining har bir satrida bir xil qiymatlarga ega bo‘ladi.Demak, $\bar{A} = \bar{B}$ va aksincha $\bar{A} = \bar{B}$ dan A=B kelib chiqadi.

2- teorema. A va B formulalar teng kuchli bo‘lishi uchun $A \leftrightarrow B$ formula aynan chin (taftalogoya) bo‘lishi zarur va yetarli .

Isbot. 1. A=B bo‘lsin . Bu holda, ekvivalentlik ta‘rifiga asosan , $A \leftrightarrow B$ ning hamma satrlaridagi qiymatlari chindan iborat , demak $A \leftrightarrow B$ taftalogiyani ifodalaydi.

2. $A \leftrightarrow B$ taftalogiya bo‘lsin. U holda $A \leftrightarrow B$ har bir satrida chin qiymatga ega bo‘ladi. Bundan esa A va B ning har bir satrdagi qiymatlari bir xil bo‘ladi, ya’ni A=B kelib chiqadi.

2017 -yilda M.A.Mizaahmedov va boshqa matematik olimlar tomonidan ishlab nashrdan chiqqan 10-sinf matematika darsligining I qismi I bobi to‘plamlar nazariyasiva matematik mantiq elementlari mavzulariga bag‘ishlanadi. Mavzular sodda va batafsil yoritilgan. Misol va masalalar esa kundalik turmush tarziga mos qilib o‘quvchi osonlik bilan tushunib bemalol mustaqil tahlil qila oladi. Fan o‘qituvchisidan berilgan mavzularni sinfning har bir o‘quvchisiga samarali yetkazib berishi uchun barcha bilim va ko’nikmalarini ishga solib , zamonaviy ped texnologiyalar va interfaol matodlardan foydalanish talab etiladi.

Biz quyida kitobning I bobida keltirilgan mavzularga doir ba’zi misol va masalalarni yechish usullarini tahlil qilib o‘tamiz.

1-misol. $U=\left\{x \,\middle|\, 0<x\le 12, x\in Z\right\}$, $A=\left\{x \,\middle|\, 2\le x\le 7, x\in Z\right\}$,

$B=\left\{x \,\middle|\, 3\le x\le 9, x\in Z\right\}$, $C=\left\{x \,\middle|\, 5\le x\le 7,\ x\in Z\right\}$ bo‘lsa, quyidagilarni toping: a) B' ; b) C' ; c) A' ; d) $A\cap B$; e) $(A\cap B)'$; f) $A'\cap C$.

Yechish: Bu yerdagi A' , B' , C' lar A, B, C to‘plamlarning to‘ldiruvchi to‘plamidir. To‘ldiruvchi to‘plamning ta’rifini keltiramiz.

Ta’rif. A to‘plamning A' to‘ldiruvchisi deb U universal to‘plamning A ga tegishli bo‘lmagan barcha elementlari to‘plamiga aytiladi.

a) $B'=\{1,2,10,11,12\}$; b) $C'=\{1,2,3,4,8,9,10,11,12\}$;

c) $A'=\{1,8,9,10,11,12,13\}$; d) $A\cap B=\{3,4,5,6,7\}$;

e) $(A\cap B)'=\{1,2,8,9,10,11,12\}$; f) $A'\cap C=\{1,5,6,7,8,9,10,11,12\}$.

Ushbu misol yechimlarini Eyler-Venn diagrammalarida ko‘rsatish maqsadga muvofiq.

2-misol. U=N, $A=\{6\ sonining\ 31\ dan\ kichik\ bo'lgan\ karralilari\}$,

$B=\{30\ ning\ bo'luvchilari\}$ va $C=\{30\ dan\ kichik\ bo'lgan\ tub\ sonlar\}$ bo‘lsin. a) A, B, C ; b) $n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(A\cap C)+n(A\cap B\cap C)$ tenglikning bajarilishini tekshiring.

Yechish: a) $A=\{6,12,18,24,30\}, B=\{1,2,3,5,6,10,15,30\}$,

$C=\{2,3,5,7,11,13,17,19,23,29\}$.

b) n(A)- deb A to‘plam elementlari sonini belgilaymiz.

$n(A)=5$, $n(B)=8$, $n(C)=10$, $n(A\cap B)=2$, $n(B\cap C)=3$, $n(A\cap C)=0$, $n(A\cap B\cap C)=0$ $n(A\cup B\cup C)=18$.

$n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(A\cap C)+n(A\cap B\cap C)$= 5+8+10-2-3-0+0=18;

$n(A\cup B\cup C)=18$ tenglik isbotlandi.

3. Agar $A=\left\{x\in N \,\middle|\, 1\le x\le 3\right\}$, $B=\left\{y\in N \,\middle|\, 2\le y\le 4\right\}$ bo‘lsa, $A\times B$ ni toping va uni dekart tekisligiga chizing.

$A\times B=\left\{(x,y) \,\middle|\, 1\le x\le 3\ , 2\le y\le 4\right\}$

4. Berilgan $\overline{a\wedge b}\Leftrightarrow \bar{a}\vee\bar{b}$ ifoda mantiq qonuni ekanligini isbotlang.

Yechish: Avvalo berilgan ifodaning rostlik jadvalini tuzamiz:

a	b	$\bar{a}$	$\bar{b}$	$a\wedge b$	$\overline{a\wedge b}$	$\bar{a}\vee\bar{b}$
1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1

E‘tibor qilsak oxirgi ikkita ustun bir xil , bundan kelib chiqadiki bu ikkala formula teng kuchli yoki mantiqiiy tenglikka ega: $\overline{a \wedge b} \equiv \bar{a} \vee \bar{b}$. Demak berilgan ifoda mantiq qonuni bo‘ladi.

3. Quyidagi formulaning bajariluvchi ekanligini isbotlang: $\urcorner(A \Rightarrow \urcorner A)$

Yechish: Biz bu misolni asosiy teng kuchli formulalardan foydalanib yechamiz. $\urcorner(A \Rightarrow \urcorner A) \equiv \urcorner(\urcorner A \vee \urcorner A) \equiv \urcorner(\urcorner A) \equiv A$

4. Quyidagi formulalarni aynan rost ekanligini isbotlang: $(A \Leftrightarrow B) \Rightarrow (\urcorner A \Leftrightarrow \urcorner B)$.

Yechish: $(A \Leftrightarrow B) \Rightarrow (\urcorner A \Leftrightarrow \urcorner B) \equiv \big((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)\big) \Leftrightarrow \big((\urcorner A \Rightarrow \urcorner B) \wedge (\urcorner B \Rightarrow \urcorner A)\big) \equiv \big((\urcorner A \vee B) \wedge (\urcorner B \vee A)\big) \Leftrightarrow \big((\urcorner\urcorner A \vee \urcorner B) \wedge (\urcorner\urcorner B \vee \urcorner A)\big) \equiv \big((\urcorner A \vee B) \wedge (\urcorner B \vee A)\big) \Leftrightarrow \big((A \vee \urcorner B) \wedge (B \vee \urcorner A)\big) \equiv 1$

Izoh: $(A \vee \urcorner B) \wedge (B \vee \urcorner A)$ =C , C-jami amalni bir mulohaza deb qarasak, ya’ni C o‘zini o‘ziga ekvivalensiyasi 1 ga teng.

5. Quyidagi formulalarni aynan yolg‘on ekanligini isbotlang:

1) $A \wedge \big(B \wedge (\urcorner A \vee \urcorner B)\big)$;

2) $\urcorner\big(\urcorner(A \vee B) \Rightarrow \urcorner(A \wedge B)\big)$

Yechish: 1) $A \wedge \big(B \wedge (\urcorner A \vee \urcorner B)\big) \equiv A \wedge \big((B \wedge \urcorner A) \vee (B \wedge \urcorner B)\big) \equiv A \wedge (B \wedge \urcorner A \vee 0) \equiv A \wedge (B \wedge \urcorner A) \equiv A \wedge B \wedge \urcorner A \equiv 0 \wedge B \equiv 0$

aynan yolg‘on. Izoh: $B \wedge \urcorner B \equiv 0$, asosiy teng kuchli formula.

2) $\urcorner\big(\urcorner(A \vee B) \Rightarrow \urcorner(A \wedge B)\big) \equiv \urcorner\Big(\urcorner\big(\urcorner(A \vee B)\big) \vee \urcorner(A \wedge B)\Big) \equiv \urcorner\big((A \vee B) \vee \urcorner(A \wedge B)\big) \equiv \urcorner(A \vee B) \wedge \urcorner\urcorner(A \wedge B) \equiv \urcorner(A \vee B) \wedge (A \wedge B) \equiv \urcorner A \wedge \urcorner B \wedge A \wedge B \equiv 0 \wedge 0 \equiv 0$ aynan yolg‘on.

Matematik va mantiqiy muammolarni to‘g‘ri hal qilishda qat’iyatlilik, mas’uliyat, aniqlik va tartib talab qilinadi.

O‘quvchilar bu matematik masalalarni qanchalik muntazam yechsa, ularning dunyo qarashi kengayib boradi , hayoti davomida uchraydigan muammolarni vazminlik bilan keng mulohaza yuritib ijobiy xal etadi.

Adabiyotlar.

1. O’zbekiston respublikasi prezidentining “Matematika sohasidagi ta’lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to‘g‘risida” PQ-4708 07.05.2020 qarori.

2. O‘zbekiston respublikasi prezidentining qarori “Matematika ta’limi va fanlarini yanada rivojlantirishni davlat tomonidan qo‘llab-quvvatlash, shuningdek, O‘zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasining V.I. Romanovskiy nomidagi Matematika instituti faoliyatini tubdan takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida PQ-4387 09.07.2019 qarori.

3. O‘rta ta’limning davlat ta’lim standarti va o’quv dasturi.

4.To‘rayev H. Matematik mantiq va diskret matematika. Toshkent “O‘qituvchi” . 2003 yil.

5.Roziqov U.A., Mamatova N.H. Matematika va turmush.Toshkent- 2020.

6.Mizaahmedov M.A., Ismailov Sh.N., Amanov A.Q. Matematika 10-sinf darslik I qism.Toshkent-2017.